

1.3. Дискретизация на сигналите

Много често дискретния сигнал $S[n]$ или още $S[n\Delta t]$ се получава от непрекъснатия сигнал $S(t)$ чрез замяна на последния с поредица от негови моментни стойности, взети в дискретните времеви моменти $t_n = n\Delta t$.

Тази операция се нарича дискретизиране на непрекъснатия сигнал, а интервалът Δt -стъпка на дискретизацията.

Едно от предимствата на дискретните сигнали спрямо аналоговите е отсъствието на необходимост от непрекъснато във времето предаване на сигналните стойности. Това позволява да се запълват времевите паузи между дискретните стойности на един сигнал с дискрети от други сигнали.

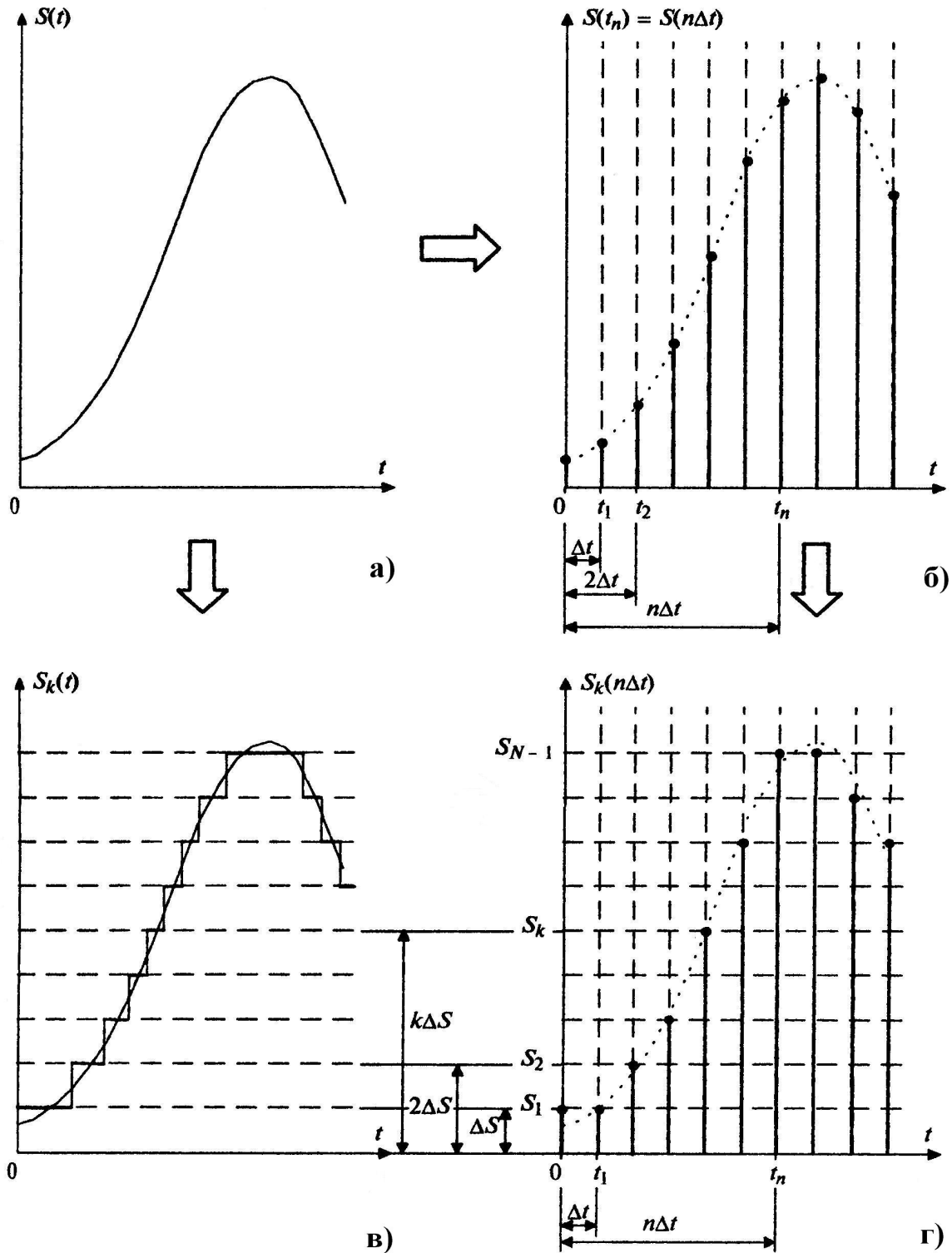
На фиг.1.14 б, е изобразен дискретният сигнал $S[n\Delta t]$ получен чрез дискретизиране на аналоговия сигнал от фиг. 1.14 а, със стъпка Δt .

Нека сега да приемем, че сме задали едно крайно множество от N нива S_k по оста S , които са дискретно и равномерно разположени по тази ос (фиг. 1.14 в). Ако интервалът между две съседни нива е ΔS може да се запише $S_k = k\Delta S$. За N -те нива S_k се използва терминът *нива на квантуване*. Очевидно в случая е, че се заменя всяка една от непрекъснатото разпределените по оста S стойности $S(t)$ с най-близкото до нея ниво на квантуване S_k . Тази операция се нарича квантуване на аналоговия сигнал в резултат на която се получава дискретен по оста S сигнал $S_k(t)$. Тъй като този сигнал е непрекъснат по оста t той представлява една стъпална апроксимация на аналоговия сигнал от фиг. 1.14 а). Вижда се, че продължителностите на отделните стъпала не винаги са равни.

В случай, че се запази стъпката на дискретизация Δt по оста t , нека да представим стъпалната функция $S_k(t)$ от фиг. 1.14 в) чрез отделни дискретни стойности. Последните ще се формират при достигане на всяко разрешено ниво в съответната тактова точка $0, t_1, t_2, \dots, t_n$. Така се получава поредицата от дискрети на фиг.1.14 г). Този сигнал вече е дискретен не само по оста t , а и по оста S . Подобна *дискретизация се нарича комбинирана, т.е. по ниво и по време*.

На практика всеки дискретен сигнал се превръща с помощта на някакъв (като правило двоичен) цифров код в цифров, което позволява неговото шумоустойчиво пренасяне по линията за връзка.

При реални ненулеви интервали ΔS , преходът от дискретния към цифровия сигнал е свързан неизбежно с известно деформиране по оста S , т.е. с въвеждането на известна грешка (с максимална стойност $\Delta S/2$), която е случайно разпределена по времевата ос и се нарича *шум от квантуването*. Шумът от квантуването е толкова по малък, колкото е по-малък интервалът ΔS между съседните нива на квантуване.



фиг. 1.14

За фиг. 1.14 г) се вижда, че получените моментни дискретни стойности в точките $0, t_n, t_{n+1}$ и т.н. не съответстват на стойностите на аналоговата функция $S(t)$ в тези точки. Това несъвпадение способства за получаването на вече споменатия шум от квантуването.

1.4. Импулсно-кодови сигнали (ИКС)

При дискретизацията на сигналите видяхме, че всяко едно от N -те нива S_k на квантуване е представено с точно фиксирано число в някаква числова система. Ако числовата система е десетична, за това представяне са необходими 10-те цифри $0, 1, 2, \dots, 9$. Ако се приеме двоичната числова система, необходимите цифри са само две: 0 и 1.

В случай, че има N на брой нива на квантуване ще бъдат необходими m различни цифри. Ако се предположи, че за образуването на всяко число се използват n от тези m на брой цифри, това ще означава, че всичките N числа ще бъдат n -цифрени или n -разредени (защото броят на разредите на едно n -цифрено число е n). Следователно, броят на числата, които могат да се образуват е

$$N = m^n \quad (1.28)$$

Ако се използва двоичен код ($m=2$) и $n=3$ (т.е. 3-разредни числа), възможните числа (комбинации) са

$$111, 110, 101, 100, 000, 001, 011, \text{ т.е. броят им е } 2^3=8.$$

В значителна част от приложенията импулсно кодовия сигнал (ИКС) е изграден на базата на двоични ($m=2$) 8 разредни ($n=8$) числа. Тогава от (1.28) се получава

$$N = 2^8 = 256,$$

т.е. 256 нива на квантуване, респективно 256 числа, които представят тези нива.

Алгоритъма за образуване на двоичните ($m=2$) n -разредни числа се базира на обикновената десетична числова система. Ако десетично число е z_{10} , цифрите в отделните разреди на съответното двоично число z_2 се получават от израза

$$z_{10} = a_{n-1} 2^{n-1} + a_{n-2} 2^{n-2} + \dots + a_1 2^1 + a_0 2^0 \quad (1.29)$$

където a_{n-1} (0 или 1) е цифрата в първия (най-старшия) разред, а a_0 (0 или 1)-цифрата в последния (най-младшия) разред.

При $n=8$ от (1.29) се получава

$$z_{10} = a_7 2^7 + a_6 2^6 + \dots + a_1 2^1 + a_0 2^0 \quad (1.30)$$

Например, на десетичното число $z_{10}=13$ ще съответства двоичното 8 разредно число $z_2=00001101$, защото съгласно (1.30) ще имаме

$$13 = 0 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = \\ 0+0+0+0+8+4+0+1$$

По същият ачин може да се установи, че на $z_{10}=168$ съответства $z_2=10101000$, защото

$$168 = 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = \\ 128+0+32+0+8+0+0+0$$

Както се спомена по-горе в двоичната числова система числата се записват с помощта на две различни цифри: 0 и 1. Тази система намира широко приложение в компютърната техника и много електронни устройства. Нейното основно предимство пред десетичната и други числови системи се състои в това, че дава възможност за представяне на числата от всякакъв разред с помощта на какъв да е физически елемент, имащ само две различни устойчиви състояния-релета, диоди, транзистори и др. Такива елементи работят по най-простия и сигурен принцип на действие-“да” или “не”, “включен” или “изключен”, “има ток” или “няма ток” и т.н.

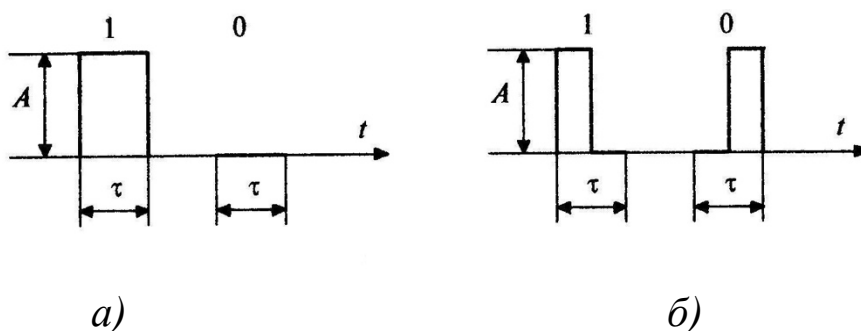
Двоичният код на едно число може да се намери много лесно по следния начин. Числото се дели последователно на две, като всяко нечетно делимо се намалява мислено най-напред с единица, за да се получи четно число и след това се дели на две. Резултатите от деленето се подреждат в колона, след което от дясно срещу всяко число ще се пише “1” ако числото е нечетно, или “0”, ако числото е четно. Получената колона от единици и нули, прочетена отдолу нагоре, е съкратения двоичен запис, т.е. търсеният двоичен код на числото.

Например, за двоичния код на числата 10, 13, 64, 186 се получава:

10 0	13 1	64 0	186 0
5 1	6 0	32 0	93 1
2 0	3 1	16 0	46 0
1 1	1 1	8 0	23 1
1010	1101	4 0	11 1
		2 0	5 1
		1 1	2 0
		1000000	1 1
			10111010

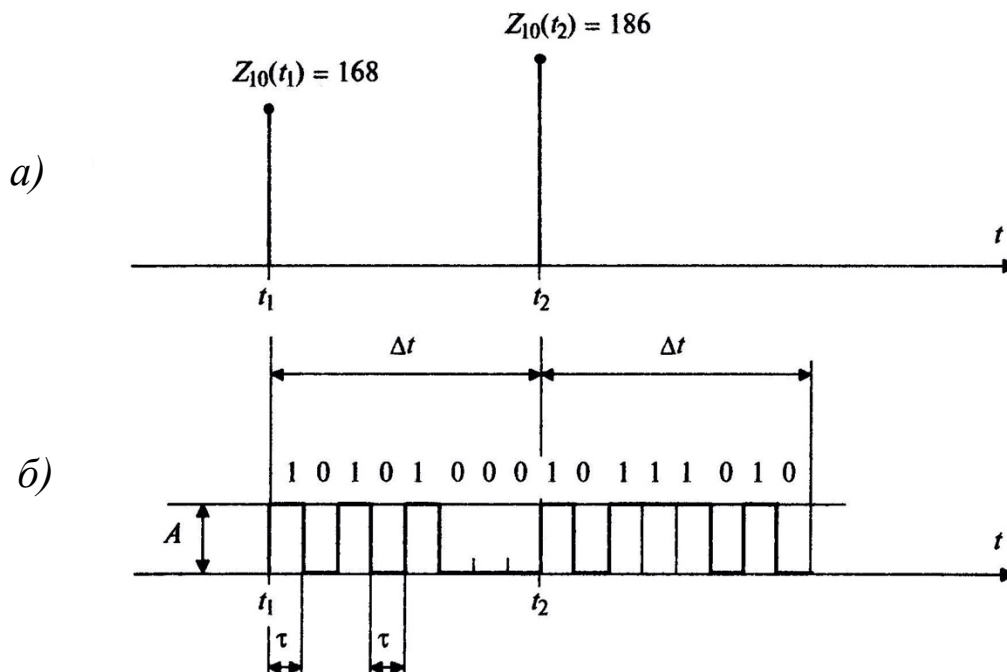
В комуникационната техника, практическото формиране на ИКС, цифрата 1 се реализира чрез кодов импулс с амплитуда A и продължителност τ , а цифрата 0-чрез кодов импулс с нулева

амплитуда, т.е. чрез кодова пауза, и с продължителност също τ (фиг. 1.15 а).



фиг. 1.15

Възможни са и други разновидности на двоичния цифров код (респ. на ИКС), например показаната на фиг. 1.15 б.



Фиг. 1.16

Нека се разгледа една малка част от цифров сигнал, която обхваща само две съседни по оста t квантувани дискретни извадки от първоначален аналогов сигнал, направени в моментите t_1 и t_2 ($t_2 - t_1 = \Delta t$ е стъпката на дискретизация).

Ако се приеме, че в десетичната числова система $z_{10}(t_1) = 168$ и $z_{10}(t_2) = 186$ (фиг. 1.16а), то тогава при $m=2$, $n=8$ съгласно (1.30) съответната част от ИКС ще има изображения на фиг. 1.16 б) вид.

1.5. Случайни и детерминирани сигнали

Критерият за разделяне на сигналите на *случайни (стохастични)* и *детерминирани (определени)* е вероятността за поява на дадена стойност на сигнала в един предстоящ момент от времето.

Случайни се наричат сигналите $S(t)$, чието развитие по оста t не е предварително известно. Стойностите на тези сигнали по времевата ос в бъдещето са прогнозни с ниска степен на достоверност, т.е. с вероятност p , която може да бъде значително по-малка от единица.

Детерминирани се наричат сигналите $S(t)$, чието развитие по оста t е предварително известно. Стойностите на детерминираните сигнали могат да бъдат предсказани със 100 % - ова сигурност, т.е. с вероятност p , която е равна на единица.

Нека да разгледаме един цифров сигнал, който може да приема N на брой равновероятни стойности S_k . Не е известно, коя от тези стойности S_k ще се осъществи в един бъдещ момент от времето t_n . Известно е само (от теорията на вероятностите), че вероятността за осъществяване на всяка една от тези стойности е

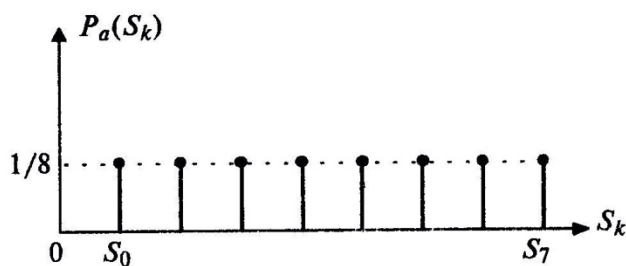
$$p(S_k) = \frac{1}{N} \quad (1.31)$$

откъдето следва, че

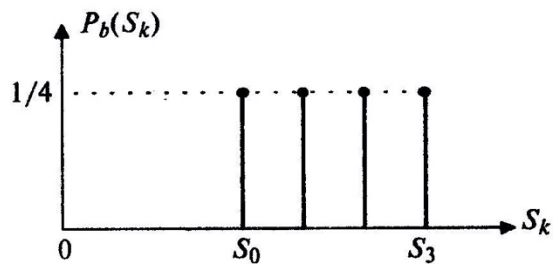
$$\sum_{k=0}^N p(S_k) = 1 \quad (1.32)$$

Очевидно е, че сигналът в този случай е случаен, тъй като $p(S_k) < 1$.

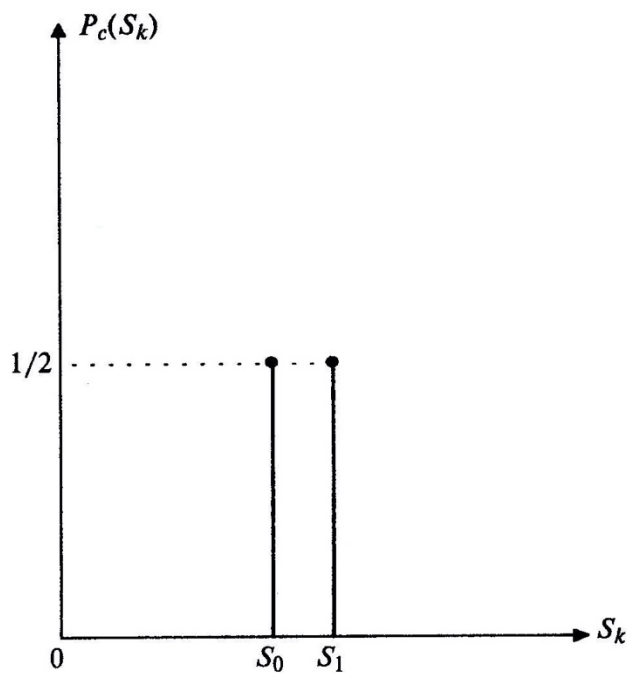
На фиг. 1.17 а) е показан сигнал с осем на брой равновероятни стойности, т.е. $N=8$ и $P(S_k)=1/8$. Ако броят N на възможните стойности S_k е по-малък, то вероятностите $P(S_k)$ ще бъдат по-големи и степента на случайност на сигнала ще се намали. Например, при $N=4$, $P_b(S_k)=1/4$ (виж фиг. 1.17 б).



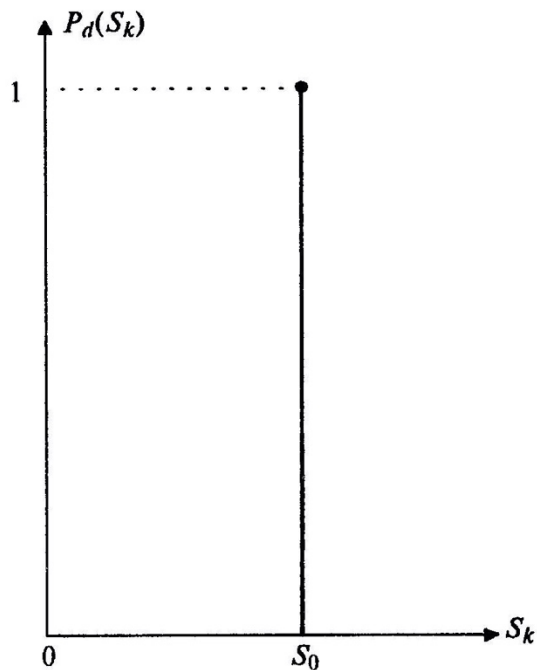
a)



б)



в)



г)

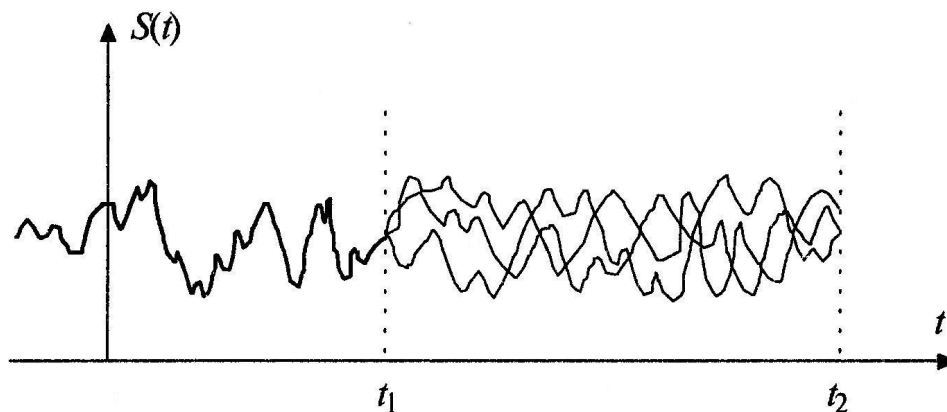
фиг.1.17

Ако продължим да намаляваме N , съответно ще се увеличава $P(S_k)$; при $N=2$, $P_c(S_k)=1/2$ (фиг. 1.17 в). Накрая при $N=1$ (фиг.1.27 д) се получава $P_d(S_k)=P(S_0)=1$. В този случай се получава само една разрешена стойност S_0 на сигнала и нейното съществуване във всеки един от предстоящите моменти на времето е абсолютно сигурно. Това значи, че степента на случайност в случая е нулева, т.е. сигналът в този случай *не е случаен*.

Очевидно е, че се достига до една гранична ситуация, в която *случайния* сигнал се е превърнал в предварително определяем, т.е. в априорно известен *детерминиран* сигнал.

По тази причина може да се приеме, че термина *детерминиран сигнал* е обоснован, ако зад него стои разбирането за един *граничен частен случай* на *случайния сигнал*.

Нека сега да разгледаме един непрекъснат сигнал от вида показан на фиг. 1.18. Предполага се, че сигналят $S(t)$ е вече регистриран в интервала $t \leq t_1$, т.е. законът за неговото изместване е известен. В следващия интервал обаче $t_1 < t < t_2$, S може да се изменя по най-различен начин в зависимост от информационното му съдържание.



фиг. 1.18

След изтичане на времето между моментите t_1 и t_2 вече може да се разполага с конкретна форма на сигнала $S(t)$ в интервала $t_1 < t \leq t_2$. Априорната неопределеност на $S(t)$ в този интервал е вече разкрита и съответното му количество информация вече е получено. Регистрираната конкретна *реализация* на $S(t)$ е неслучайна функция на времето. Тогава тази неслучайна (детерминирана) конкретна реализация би могла да бъде възприемана като определен сигнал в интервала $t_1 - t_2$ на действителния *случаен сигнал*.

Може да се направи окончателния извод, че *всички сигнали са по същество случайни*. Детерминираният сигнал трябва да се разглежда като един методически *полезен теоретичен модел* на реалните сигнали.