

ПРИЛОЖЕНИЕ НА ДИСКРЕТИЗАЦИЯТА НА СИГНАЛИ И ПРЕОБРАЗУВАНЕ НА ФУНКЦИОНАЛНАТА ИМ СТРУКТУРА

6.1. Теорема на Котелников. Други метод за импулсна модулация на сигналите

При анализа на периодични сигнали беше показано, че съществува зависимост между продължителността на сигнала ΔT и широчината на неговия спектър Δf . Най-общо тази зависимост може да се изрази като

$$\Delta f \cdot \Delta T = const \quad (6.1)$$

Непрекъснатият сигнал (говор, музика, изходно напрежение от измервателни уреди, видеосигнал и т.н.) може да се разглежда като съставен от безкраен брой тесни импулси, чиято широчина $\Delta T \rightarrow 0$. От 6.1 следва, че Δf трябва да клони към безкрайност. Тогава изниква нерешимата техническа задача-осигуряване на канал за връзка с безкрайно широка честотна лента.

1. Дискретизация на сигналите. Отговор на горната задача дава известната в математиката теорема на отчетите, формулирана от Уитекер в началото на ХХ век, съгласно която сигнал, описван с непрекъснатата функция на времето, може да се представи чрез дискретни стойности, (отчети), отстоящи на интервал във времето $\Delta t = 1/2\Delta f$. Взети заедно, тези стойности представляват едно непрекъснато множество от краткотрайни импулси, отстоящи един от друг на интервали от време $\Delta t \rightarrow 0$.

Самата операция за замяна на един непрекъснат сигнал с последователност от отделни, дискретни стойности, представляващи отделни импулси на моментните стойности на сигнала се нарича *дискретизация на сигнала*, (по време).

Освен дискретизация по време, използва се още и *дискретизация по ниво* на стойностите на изразяващата сигнала величина. Дискретизацията по ниво намира широко приложение в системите за радиовръзка, при автоматичното управление на производствени процеси с помощта на цифрова техника и т.н.

Дискретния начин за предаване на непрекъснати съобщения позволява:

- да се съкрати времето, в продължение на което е зает канала за връзка за предаване на това съобщение от T_c до $N\tau_{и}$, където $\tau_{и}$ е

продължителността на импулса, използван за предаване на дискрета, а N е броя на дискретите.

- осъществяване на времево уплътнение на свързочния канал, когато едновременно по един канал могат да се предадат две и повече непрекъснати съобщения.

От гореизложеното следва, че при дискретизацията по време на непрекъснатия сигнал $S(t)$, представляващ функция на непрекъснатия аргумент t се извършва преход от този сигнал $S(t_n) = S(n \Delta t)$, представляващ функция на непрекъснатия дискретен аргумент $t_n = n \Delta t$, където $n=1, 2, 3, \dots$ и $\Delta t = \text{const}$.

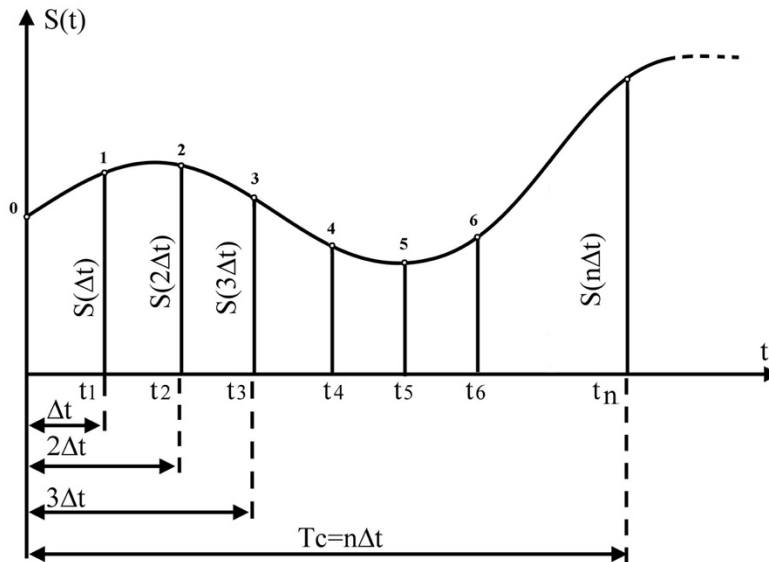
Качеството на начина или метода, по който се извършва дискретизацията на сигнала се оценява по големината на грешката, т.е. по точността, с което се осъществява възстановяването на сигнала.

2. *Теорема на Котелников.* Формулираната през 1933 г. от В. А. Котелников теорема за дискретизация на аналогови сигнали служи като основа за различните методи за импулсни връзки. С нея се обосновава теоретически възможността за предаване на непрекъснати сигнали чрез отделни, моментни стойности. Тя се дефинира по следния начин:

Всяка непрекъсната функция (сигнал), отговарящ на условията на Дирихле и имаща ограничен честотен спектър е напълно и еднозначно определена чрез своите моментни ординатни стойности, отчетени през еднакви интервали от време

$$\Delta t = \frac{1}{2 f_{\max}} = T_c \quad , \quad (6.2)$$

където f_{\max} е най-високата честота, която се съдържа в ограничения честотен спектър на сигнала.



фиг. 6.1

На фиг. 6.1 е показана графиката на произволен, непериодичен непрекъснат сигнал $S(t)$, за който се предполага, че има ограничен честотен спектър с най-висока, т.е. горна гранична честота

$$f_{\max} = \frac{1}{T_{\min}} = \frac{\omega_{\max}}{2\pi} \quad (6.3)$$

Както се вижда от фигурата, моментните, (ординатни), стойности на сигнала в дискретните точки $t_0 = 0; t_1 = \Delta t; \dots t_m = n \Delta t$ са съответно: $S(t_0) = S(0), S(t_1) = S(\Delta t) \dots S(t_n) = S(n \Delta t)$.

Ако се приеме, че взетият отрез от сигнала се повтаря с период на повторение Δt , то от една страна сигналът се превръща по такъв начин в периодичен, а от друга страна, че той има ограничен честотен спектър се доказва, че той може да бъде представен чрез тъй наречения ред на Котелников

$$S(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S(n \Delta t) \frac{\sin \omega_c(t - n \Delta t)}{\omega_c(t - n \Delta t)} \quad (6.4)$$

Не е трудно да се забележи, че в 6.4 се съдържа функцията

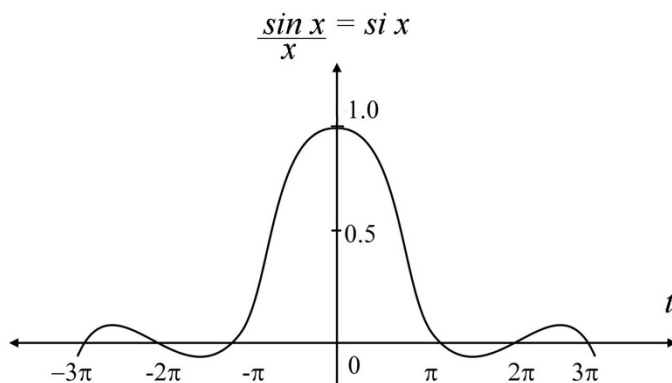
$$y = \operatorname{sinc} x = \operatorname{si} x = \frac{\sin x}{x}, \quad (6.5)$$

която е известна от математиката като “интегрален синус” и нейният аналитичен израз е

$$\sin x = \int_0^x \operatorname{sinc} x \, dx = \int_0^x \frac{\sin x}{x} \, dx \quad (6.6)$$

Графиката на горната функция е показана на фиг. 6.2. Функцията показана на тази графика изразява на практика онзи сигнал, който се

получава на изхода на един “идеален” лентов филтър на чийто вход се подава краткотраен импулс с височина, (амплитуда), равна на $S(n \Delta t)$.



фиг. 6.2

Отделните етапи, от които се състои процесът на практическото приложение на теоремата на Котелников могат да се формулират по следния начин:

1. След дискретизация на функцията $S(t)$ се отчитат стойностите на дискретите $S(n \Delta t)$ в дискретните моменти $t=0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, n\Delta t$.

2. Тези дискрети, превърнати предварително в “числа” се изпращат по един от познатите начини по свързочната линия.

3. Получените в приемната страна “числа” се превръщат отново в импулси с амплитуда пропорционална на първоначалната $S(n \Delta t)$.

4. Така формираните импулси се подават на входа на един “идеален” н.ч. филтър с гранична честота $\omega_{gp} = \omega_c = \omega_{max}$, чийто изходни реакции са от вида на фиг. 6.2.

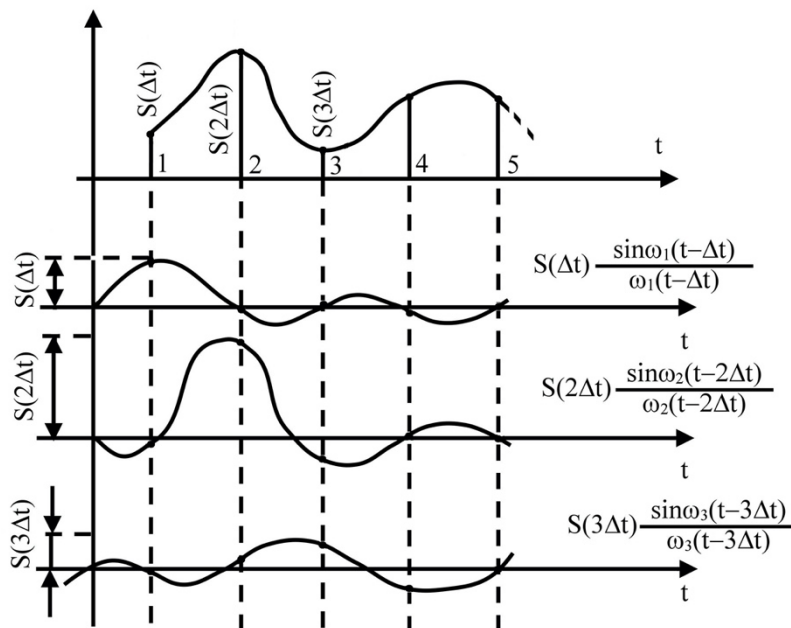
На фиг. 6.3 е показана графиката на произволен сигнал и отделните графики на три негови съставки.

Преобразуването на един аналогов сигнал в отделни дискретни стойности, а тези стойности в отделни кодови комбинации води до превръщането на сигнала в *цифров*. Цифровите сигнали могат да се обработват и пренасят непосредствено на къси разстояния, но когато се използват в многоканални линии, те винаги модулират едно хармонично носещо трептене. (виж. фиг.5.35)

Трябва да се отбележи, че често използвания код в съвременните системи е двоичен, но това не е задължително.

Цифровите модуляции са много перспективни, тъй като съвременната тенденция е да се унифицират сигналите (да са цифрови) и за основа да се приеме телефонния канал с широчина на честотната

лента 300-3400 Hz. За пример може да се посочи видеоканалът, (за сигнали, които пренасят информация за движещи се изображения) и телеграфни канали, които взети заедно заемат телефонния канал. Унифицирането на сигналите и каналите за връзка позволява изграждането на единни системи с интеграция на услугите; т.е. такава система, която позволява на абоната да приема телеграфни, телефонни, видеосигнали, данни от компютри, данни от управляеми и управляващи системи и пр.

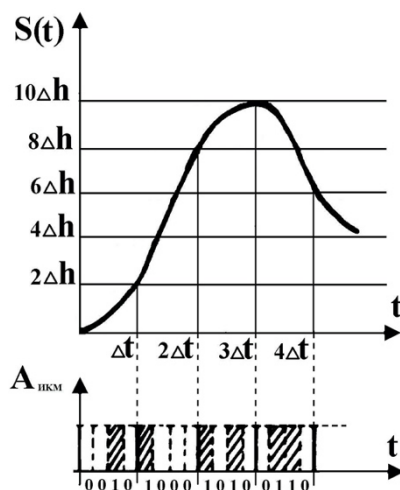


фиг. 6.3

Общо преимущество на цифровите модуляции е тяхната *устойчивост срещу смущения*. Това се дължи на доброто различаване на кодовите символи и комбинации. Освен това са създадени системи, в които използваните кодове позволява откриването и отстраняването на грешки.

В цифровите системи се извършва *регенериране*, (възстановяване), на импулсите вместо усилване, както е в системите за аналогови сигнали. Регенерирането на импулсите позволява използването на *вече положени кабели* и използването на *оптични кабели*, които имат сравнително голямо затихване.

3. Импулсно кодова модулация (ИКМ). На фиг. 6.4 е даден пример за използването на ИКМ на базата на двоичен код. Непрекъснатия управляващ сигнал се предава по канала за връзка чрез дискрети (отчети) направени през интервали от време съгласно теоремата на Котелников.



фиг. 6.4

Предаването на стойностите на дискретите става чрез двоичен код. За тази цел най-напред се уточнява *интервалът на квантоване* Δh и най-голямата стойност на управляващия сигнал $S(t_{max})$. Тогава броят на кодовите комбинации N е

$$N \geq \frac{S(t)_{max}}{\Delta h} \quad (6.7)$$

От друга страна, кодовите комбинации N се определя от зависимостта:

$$N = m^n, \quad (6.8)$$

където

m е броят на символите, използвани при кодирането; в случая $m = 2/1$ и $0/1$

n - брой на символите в една кодова комбинация.

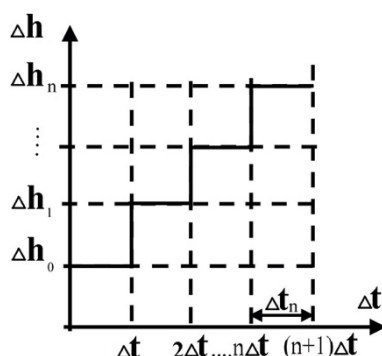
С помощта на 6.7 и 6.8 се определя n .

За конкретния случай $S(t)_m = 10$. При $n = 4$, комбинациите са 6, т.е. $N = m^n = 2^4 = 16 > 10$.

Под графиката на фиг. 6.4 са дадени кодовите комбинации на двоичния код състоящ се от 4 символа. В същност това е *импулсно-кодovия сигнал*.

Въпросът за *избор на интервала* (стъпката) *на квантоване* е много важен. Квантоването с еднакъв интервал (фиг. 6.4) при който $\Delta h = ct$ е сравнително просто и се използва когато динамичния обхват на сигнала не е голям.

Когато сигналът е с много малки стойности, за намаляване на грешката от квантоване се използва нелинейна характеристика на квантоването, при която Δh нараства с нарастването на Δt (фиг. 6.5).



фиг. 6.5

За интервала $n\Delta t$ до $(n+1)\Delta t$ стъпката на квантоване Δh е приблизително три пъти по-голяма от тази за интервала 0 до Δt .

Грешката на квантоване ε_n на дискретната стойност на сигнала при $\Delta h = ct$ в момента $n\Delta t$ ще се определи от разликата

$$\varepsilon_n = \varepsilon(n\Delta t) = n\Delta t - \Delta h_n \quad (6.9)$$

Дисперсията на грешката от квантоването $D(\varepsilon)$ е по същество мощността от шума на квантоването

$$D(\varepsilon) = \frac{\Delta t_n}{12} \quad (6.10)$$

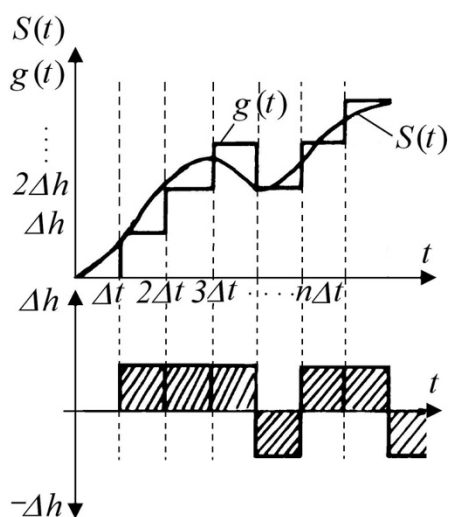
За намаляване на грешката на квантоването понякога се свива динамичния обхват на управляващия сигнал (*компресия*), а след декодирането и възстановяването на сигнала в приемния пункт се реализира обратния процес-*разширяване* на динамичния обхват (*експандиране*).

Често пъти се използва и *логаритмична характеристика на квантоването*, при която стъпката Δh е пропорционална на логаритъма на управляващия сигнал.

4. *Делта модулация*. Този вид модулация се характеризира с това, че се предава информация не за отделните дискрети, а за хода на нарастване (намаляване) на сигнала.

На фиг. 6.6 с плътна линия е дадена графиката на аналоговия сигнал $S(t)$, а с начупена-неговата апроксимираща функция.

Функцията $S(t)$ се сравнява през отделните интервали от време Δt с функцията $g(t)$.



фиг. 6.6

Ако $S(n \Delta t) > g(n \Delta t)$, в следващия интервал от време се предава положителен импулс. Когато това условие не е спазено, импулсът е отрицателен или безтоков. Под графиките на $S(t)$ и $g(t)$ са изобразени съответните импулси. През първия интервал Δt от времето $S(\Delta t) > g(\Delta t)$ следователно през втория интервал импулсът е положителен. Така е за трите интервала. През четвъртия интервал $S(4\Delta t) > g(4\Delta t)$ и импулсът е отрицателен. По същия начин става формирането на импулси за останалите интервали от времето.

Както се вижда, и тук са необходими да се приложат процедурите дискретизация във времето и квантоване по отношение на нивото.

Възстановяването на сигнала $S(t)$ в приемния пункт става чрез сумиране на импулсите.

6.2. Методи за уплътнение на комуникационните канали

За организация на многоканално предаване по една единствена комуникационна линия е необходимо да се извърши операцията *уплътнение* на каналите в предаващата част на системата за връзка и операцията разделяне на отделните канални сигнали в нейната приемна част.

За по-добро разделяне на каналите трябва да се изпълни условието

$$P_{\Sigma} \ll P_S, \quad (6.11)$$

където P_S е мощността на модулираното носещо трептене, а P_{Σ} е взаимната мощност на k -я и i -я сигнали.

Условието 6.11 има следния физически смисъл: частта от мощността, проникваща на изхода на канала от друг канал трябва да бъде много по-малка от мощността на модулираното носещо трептене.

Полученото в резултат на уплътнението многоканално съобщение модулира носещия сигнал. Освен това, при формирането на многоканалното съобщение в системата за уплътнение се предвижда създаването на специален служебен сигнал, предназначен за синхронизация на предаващата и приемната част на системата за връзка.

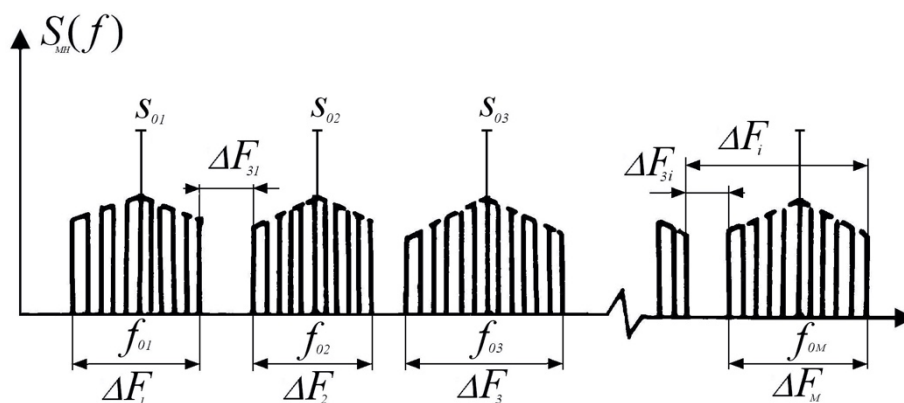
При уплътнение на каналите най-широко се използват колебания от следните видове: хармонични, импулсни и кодови. Тяхното използване позволява да се получат три основни вида уплътнения: *честотно, по време и кодово, (уплътнение по форма)*.

1. Честотно уплътнение на каналите.

Това уплътнение е основано на принципа на честотно преобразуване на спектъра на съобщенията на отделните източници от страна на предавателя на системата за връзка. За тази цел се използва набор от различни носещи сигнали $S_{0i}(t)$ с честоти $f_{01}, f_{02}, \dots, f_{0n}$ (фиг. 6.7). Модулирайки носещите честоти могат да се получат n канални сигнала $S_i(t)$, всеки от които заема честотна лента ΔF_n , зависеща от широчината на спектъра на изходното съобщение $x_i(t)$ и от вида на модулацията. За да се намали взаимното влияние на съседните канали и да се облекчи тяхното разделяне, между каналите се въвеждат *защитни честотни интервали* (ленти) ΔF_{zi} . По тази причина пълната честотна лента, заемана от всеки канал е

$$\Delta F_i = \Delta F_n + \Delta F_{zi} = \Delta F_n (1 + \Delta F_{zi} / \Delta F_n) = \gamma_{zi} \Delta F_i \quad (6.12)$$

където γ_{zi} е защитния интервал, който се избира от 1,2-1,3 .



фиг. 6.7

Многоканалното съобщение при честотно уплътнение се образува от линейното събиране на каналните сигнали като неговия спектър се определя от сумата на спектрите на тези сигнали (фиг. 6.7). От фигурата следва, че горната гранична честота на многоканалното съобщение е равно на

$$F_{Bn} = f_{on} + \Delta F_n / 2 \approx f_{on} \quad (6.13)$$

Големината на най-ниската честота на носещото трептене се избира не по-малка от $10-15 / \Delta F_1$, където ΔF_1 е ширината на спектъра на долната странична лента на модулираната носеща честота. При такъв избор отделянето и демодулацията на ниската носеща честота в приемната част на системата за връзка не среща никакви затруднения.

Честотното разделяне на сигналите се реализира сравнително просто и позволява устройването на голям брой канали, а също така и обединяването на част от тях при нужда, какъвто е случаят с видеоканала.

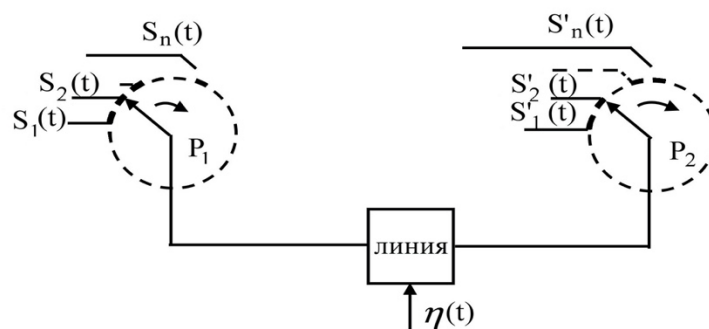
При честотното разделяне има някои неудобства и недостатъци. Така например, трудно се отделят един или повече канала от една магистрала, в която многократно е извършено уплътняване, тъй като трябва да се извършат няколко преобразувания, филтрирания и т.н. Значителни са и преходните шумове и изкривявания, предизвиквани от взаимното влияние между отделните канали. Хармоничните съставки на един канал могат лесно да проникват в друг канал, чиято честотна лента съответства на техните честоти, и да действат там като смущения.

Затихването на линиите нараства с нарастването на честотата, а това налага да се използват усилватели при сравнително малки разстояния (примерно през 1,5 км), което неминуемо е свързано със значителни разходи.

2. Разделяне на каналите по време.

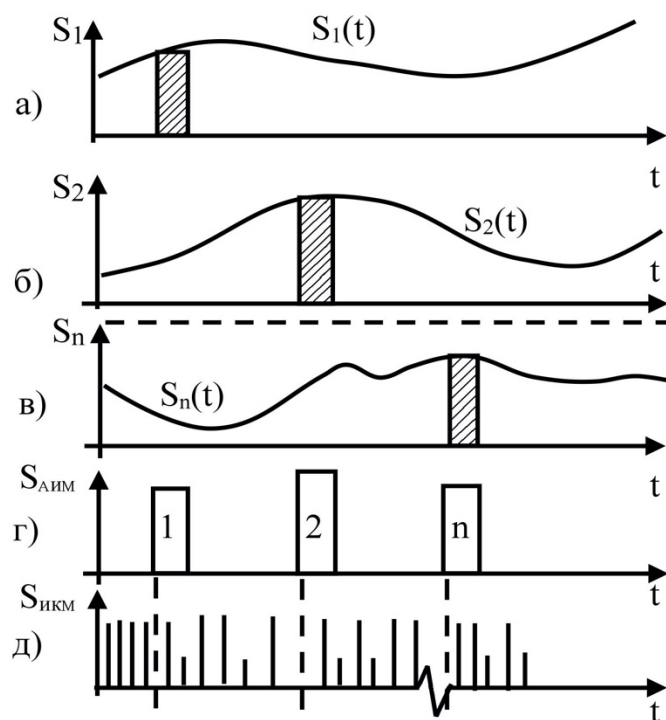
Този начин има широко разпространение и освен това се смята за *много перспективен*, тъй като се използва в цифровите системи за пренасяне на информация, компютърна техника и др. Основава се на дискретизирането на сигналите от отделни източници, като се използва теоремата на Котелников.

На фиг. 6.8 е показана функционалната схема на системата за връзка с разделяне на сигналите по време. За по-голяма прегледност са използвани механичните разпределители P_1 и P_2 . В съвременните системи P_1 и P_2 се въртят *синхронно и синфазно*.



фиг. 6.8

За тази цел служат специални синхронизиращи импулси. Благодарение на това се осъществява последователно свързване на каналите с еднакви номера в предаващата и приемащата страна. По този начин по линията за връзка се изпращат последователно импулси, които са модулирани по амплитуда. Най-напред се изпраща импулс за синхронизация, след това импулс модулиран от сигнала на първия източник (канал), след това импулс модулиран от сигнала на втория източник и т.н. На фиг. 6.9 са дадени графики, които поясняват създаването на сигнала в линията, (груповия сигнал) при n канала. Графиките на фиг. 6.9 а, б, в, поясняват модулирането на импулсите по амплитуда на каналните сигнали S_1, S_2, \dots, S_n . В линията за връзка се получава груповия сигнал $S_{АИМ}$ (фиг. 6.9 г). По обратния път в приемната страна се отделят импулсите на отделните канали, а чрез демодулация се получават каналните сигнали S'_1, S'_2, \dots, S'_n .



фиг. 6.9

Импулсите в сигнала S_{AIM} могат да се представят чрез кодиране в цифров вид. Това е показан на фиг. 6. 9д. Сигналят на тази фигура е означен с $S_{ИКМ}$. В началото и края са дадени импулсите, предназначени за синхронизация, а между тях импулсите на кодовите комбинации, които отразяват квантованите стойности на каналните сигнали S_1, S_2, \dots, S_n . Груповият сигнал $S_{ИКМ}$ се предава към линията за връзка, а чрез нея-в приемния пункт. За целта са необходими допълнителни устройства, чрез които да се осъществява кодирането, декодирането и други функции.

Очевидно е, че при това разделяне на сигналите за кой да е от каналите се предоставя кратък интервал Δt , който се определя, като се вземат под внимание честотата на дискретизация $2F_m$ и броят на каналите n :

$$\Delta t = \frac{1}{2 n F_m} \quad (6.14)$$

В n трябва да се включи и каналът за синхронизация. На практика се прибавят два канала, защото освен канала за синхронизация е необходим и един канал за сигнали, свързани с управлението и взаимодействието на автоматичните телефонни централи.

Времето за предаване на сигналите (за един цикъл) T_u зависи от честотата на дискретизация

$$T_u = \frac{1}{2 F_m} \quad (6.15)$$

Интервалът Δt се получава, като се раздели T_u на n

$$\Delta t = \frac{T_u}{n} \quad (6.16)$$

Така например системата ИКМ-30/32 е предназначена за 30 телефонни канала, като са предвидени още и два канала; съответно по един за синхронизация и за управление. Честотата на дискретизация е $2F_m = 8\text{kHz}$. От нея се получава $T_u = 1/8.10 = 125\mu\text{s}$. Времето за заемане на един канал $\Delta t = 125/32 \approx 4\mu\text{s}$. Сигналят се предава с $m=8$ разряда, т.е. нивата са 256. Тактовата честота за импулсите на кодовите комбинации е

$$f_T = 2F_m (n+2) m = 8.10.(30+2).8 = 2,048 \text{ MHz}$$

За системата с разделяне на сигналите по време са характерни преходни изкривявания. Причината за тях е, че импулсите на един

канал се наслагват върху импулсите на другите канали, тъй като фронтите на импулсите не се установяват моментално.

Трябва да се отбележи, че импулсите се регенерират и практически смущенията от линията не са много големи. Това е съществено преимущество на цифровите системи за връзка. Освен това, кодирането е също от голямо значение, защото позволява откриването на грешки при пренасянето на данни.

Цифровите системи за връзка се характеризират с пропускателна способност, а не с широчина на честотната лента, както е за аналоговите сигнали. От примера за ИКМ-30 се вижда, че тя има пропускателна способност $2,048 \text{ M bit/s}$. За други случаи пропускателната способност е, както следва:

120 канала- $8,448 \text{ M bit/s}$

480 канала- $34,368 \text{ M bit/s}$

1920 канала- $139,264 \text{ M bit/s}$

7680 канала- $564,992 \text{ M bit/s}$

С посочените данни за пропускателната способност се характеризират установените в комуникационната техника *пет йерархични нива*.

3. Разделяне на сигналите по форма.

Този метод се отнася за вериги, които реагират на формата на сигнала. За целта е необходимо сигналите да са линейно независими и ортогонални. В този случай всеки следващ сигнал може да се получи от предшестващите чрез интегриране, а в обратен ред-чрез диференциране.