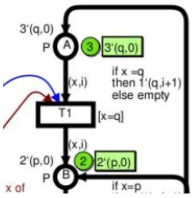


ТЕМА 10
КОМПЮТЪРНО МОДЕЛИРАНЕ С МРЕЖИ НА ПЕТРИ

Цел на упражнението

Приложение на мрежите на Петри за моделиране на системи и процеси.

I. Теоретична част

Мрежите на Петри (Petri Nets - PN) са дефинирани през 1962г. година от Карл-Адам Петри. Те са подходящ инструмент за моделиране, анализ и симулация на динамични системи. С тях могат да се моделират синхронни и асинхронни паралелни и недетерминирани процеси. Съставените модели позволяват да се илюстрира и тества поведението на системите и процесите. Освен това може да се извърши формален анализ, за да се намерят възможни проблеми, напр. възможност за възникване на „клинч" в системата.

Една мрежа на Петри се състои от позиции, преходи и насочени дъги. Една дъга свързва една позиция и един преход. Те не може да свързва двойка позиции или двойка преходи. Позиция, от която започва дъга, се нарича входна позиция за прехода; а такава, в която влиза започнала от преход дъга, се нарича изходна позиция.

Мрежата Петри PN се дефинира от четири елемента: позициите P, преходи T, входна I и изходна O функции.

$PN = (P,T,I,O),$ (1)

където

$P = (p_1, p_2, \dots p_n,), n \geq 0$ е крайно множество на позициите;

$T = (t_1, t_2, \dots t_m), m \geq 0$ е крайно множество на преходите;

I – входна функция (функция на предусловията), определя входните позиции за всеки преход;

O - изходна функция (функция на постусловията), определя изходните позиции за всеки преход.

Множествата P и T са непресичащи се $P \cap T = 0$

Структурата на мрежата на Петри се определя от позициите, преходите, входната и изходна функции.

Мрежите на Петри могат да се представят чрез насочени графи, индексни матрици или теоретико-множествено.

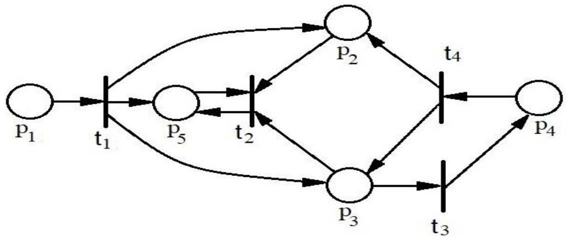
На фиг. 1,а е представен графа на една примерна мрежа, на фиг. 1,б и 1,в – съответно матрично и теоретико-множествено представяне на тази мрежа. Обикновено в графа позициите се представят с кръг, а преходите с вертикална черта или правоъгълник.

Мрежите на Петри могат да бъдат разширени чрез въвеждане на тегло на всяка дъга и ядра (маркировки) μ. Теглата w показват колко връзки има за всяка двойка (p_i, t_j), относно входните I и изходни O функции.

$PN = (P,T,F,w, \mu_0),$ (2)

$w : F \rightarrow \{1,2,3,\dots\}$ – функция на теглото на всяка дъга;

$\mu_0: P \rightarrow \{0,1,2,3,\dots\}$ – начална маркировка за мрежа на Петри, от която започва нейното изпълнение.



а) графово представяне

$P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$
$T = \{t_1, t_2, t_3, t_4\}$
$I(t_1) = \{p_1\}$ $\quad O(t_1) = \{p_2, p_3, p_5\}$
$I(t_2) = \{p_2, p_3, p_5\}$ $\quad O(t_2) = \{p_5\}$
$I(t_3) = \{p_3\}$ $\quad O(t_3) = \{p_4\}$
$I(t_4) = \{p_4\}$ $\quad O(t_4) = \{p_2, p_3\}$

б) теоритико-множествено представяне

I	t_1	t_2	t_3	t_4	O	t_1	t_2	t_3	t_4
p_1	1				p_1				
p_2		1			p_2	1			1
p_3		1	1		p_3	1			1
p_4				1	p_4			1	
p_5		1			p_5	1	1		

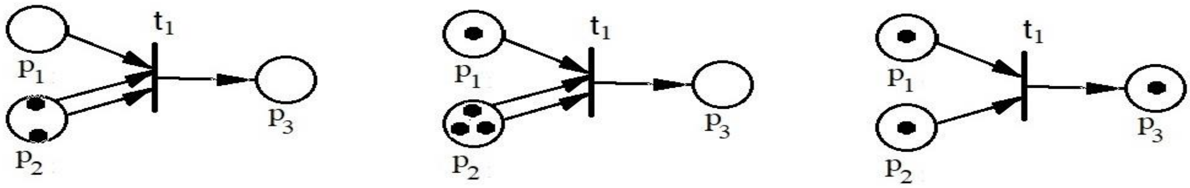
в) матрично представяне

Фиг.1. Представяне на мрежа на Петри

Позициите могат да съдържат произволен брой ядра (tokens). Разпределението на ядрата по позиции на мрежата се нарича маркировка (marking). Тя отразява състоянието на системата във фиксиран момент от време.

Всяка позиция в мрежата може да бъде маркирана с една или краен брой марки к, к≥0 е цяло число. При графичното представяне на мрежата на Петри марките се изобразяват с точки в съответната позиция. Ако марките са повече (например от 5 или 6) се изобразяват като число (брой марки) вътре в съответната позиция.

Изследването на мрежата е свързано с отразяване на нейното изменение във времето. Промяната на състоянието на мрежата е в резултат от активиране (запалване) на поне един преход. За да се осъществи активиране на преход в даден момент трябва той да бъде разрешен. Разрешен е този преход, за които броят на марките във всички негови входни позиции е по-голям от броя на входящите ребра (дъгите, които свързват входните позиции към този преход) – фиг. 2,б



а) забранен преход *б) разрешен преход* *в) активиран преход*

Фиг.2. Условия за активиране на преход

След активиране на даден преход, ядрата от неговите входни позиции преминават към изходните му позиции. Във входни позиции се премахват толкова марки (ядра), колкото е броя на входящите ребра (теглото на входящите дъги на прехода). В изходните позиции на прехода се пренасят толкова марки, колкото са изходящите му ребра. Преминаването на ядра през прехода се извършва на една (неделима) стъпка. Активирането на прехода означава, че съответстващото му събитие се сбъдва.

Моделирането на системи и процеси **с мрежи на Петри** се базира на **понятията събитие и условие. Събитията** са действията, които променят състоянията на обектите за моделиране. **Условията** са предикати или логическо описание на състоянието системите и/или процесите. За да се реализират действията е необходимо да се изпълнят съответните условия. Те се наричат предусловия на събитията. Възникването на събитие (изпълнение на действието) може да промени предусловията и да предизвика изпълнение на други условия, постусловия.

Еволюцията на мрежата (изменението на състоянието и) може да се представи като верига от последователни маркировки $\mu_0 \rightarrow \mu_1 \rightarrow \mu_2 \rightarrow$...., получени в резултат на сбъдване на различни събития (активирани преходи). Ако в мрежа има няколко разрешени прехода, тя може да се анализира чрез построяване на **дърво на достижимост**. Това е йерархична структура с корен началната маркировка μ_0 и разклонения, в зависимост от разрешените в даден момент преходи. Дървото на достижимост се построява като насочен граф, възлите на който представят маркировките, а дъгите преходите между тях. Този граф се съставя, като първо се намерят всички възможни преходи от началната маркировка, така се получават всички маркировки достижими от началната. След това, се търсят преходите, които има за всяка вече открита маркировка. Всеки път от корена μ_0 към възлите μ_i представя една възможна еволюция в мрежата. При достигане на пасивна маркировка (преходът не е разрешен) се блокира еволюция на мрежата по този път.

За различните приложения на мрежите на Петри позициите и преходите могат да имат различна интерпретация, както е показано в Таблица 1.

Таблица 1. Примери за интерпретиране на позициите и преходите

Входни позиции	**Преходи**	**Изходни позиции**
Необходими ресурси	Задача/процес	Освободени ресурси
Входни данни	Изчисления	Изходни данни
Входни сигнали	Обработка на сигнали	Изходни сигнали
Буфери/регистри	Процесор	Буфери/регистри

Ако всеки преход на една мрежа на Петри може да се активира неограничен брой пъти, тя се нарича „жива“. В такава мрежа за всеки преход съществува серия от активации, която позволява преходът да бъде активиран без значение от достигнатото моментно състояние.

Една мрежа на Петри се нарича k-ограничена или само ограничена, ако броя на ядрата във всяка позиция не е по-голям от *k* за всяка достижима маркировка. Ако мрежа на Петри е 1-ограничена, тя се нарича сигурна. Това може да бъде гаранция, че между ядрата в позицията няма да настъпят конфликти за ресурси и др.

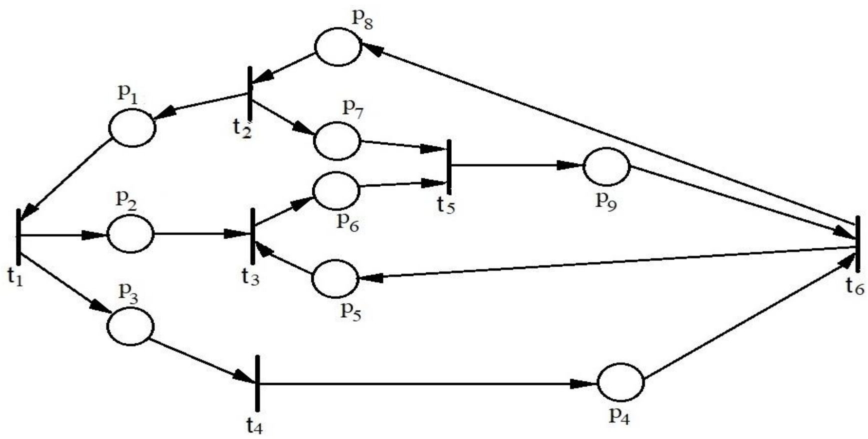
Мрежите на Петри са подходящи за моделиране на дискретни, разпределени и събитийно ориентирани системи. Удобен инструмент са за моделиране на паралелни процеси, системи с коопериращи се процеси, работни потоци (work flows). Приложими са и за моделиране на крайни автомати, на софтуерни програми и приложения и др.

Практическа част

- ✓ Запознайте се с теоретичната част на упражнението.
- ✓ Разгледайте анимираните примери на мрежи на Петри, достъпни на адрес: *http://www.informatik.uni-hamburg.de/TGI/PetriNets/introductions/aalst*
- ✓ Разгледайте Точка 1. Мрежи на Петри от публикацията „От мрежи на Петри към обобщени мрежи“, достъпна на адрес: *http://www.math.bas.bg/telecom/old_site/seminar2010/doc2.pdf*

Задачи за изпълнение

1. За мрежата на Петри, представена графично на фиг.3 постойте матрично и теоритико-множествено описание.



Фиг. 3

2. Постройте граф на мрежите на Петри зададени със следните структури.

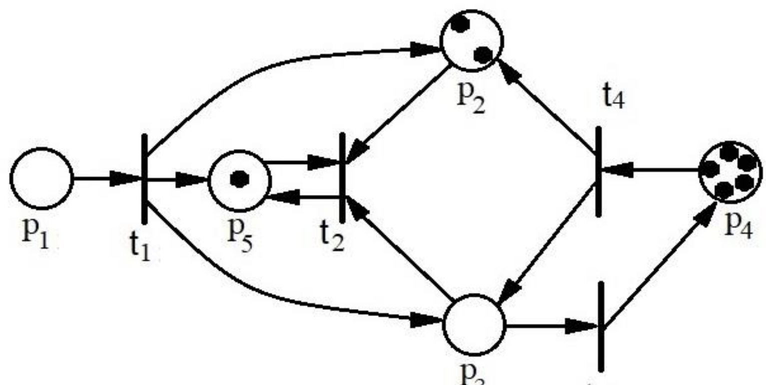
$P = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$
$T = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5\}$

$I(t_1) = \{\ \}$	$O(t_1) = \{p_1\}$
$I(t_2) = \{p_1\}$	$O(t_2) = \{p_2\}$
$I(t_3) = \{p_2, p_4\}$	$O(t_3) = \{p_1, p_3\}$
$I(t_4) = \{\ \}$	$O(t_4) = \{p_3\}$
$I(t_5) = \{p_3\}$	$O(t_5) = \{p_4\}$

$P = \{p_1, p_2\}$
$T = \{t_1, t_2, t_3\}$

$I(t_1) = \{p_1\}$	$O(t_1) = \{p_1, p_2\}$
$I(t_2) = \{p_1\}$	$O(t_2) = \{p_2\}$
$I(t_3) = \{p_2\}$	$O(t_3) = \{\ \}$

3. На построения граф от задача 2.а отразете маркировка $\mu = (1,0,0,1,2,0,0)$
4. Представете маркировката на мрежата на Петри, представена графично на фиг. 4 като вектор и като функция.



Фиг. 4

5. Определете кои преходи са разрешени в мрежата на Петри от фиг.4
6. Каква маркировка ще се получи за мрежата на Петри от фиг.4 при активиране на преход t_4? Как ще се промени маркировката след като се активира преход t_2?
7. Определете последователността на маркировките за мрежата на Петри от фиг. 4 и последователността на преходите.

8. Моделирайте диаграмата на процесите, представена на фиг.5 с мрежа на Петри.

Фиг. 5. Диаграмата на процесите

Въпроси и задачи за самоподготовка

1. Как може да се представи структурата на една мрежа на Петри?
2. Какво се разбира под маркировка?
3. Кога един преход се приема за разрешен?
4. Какво е дърво на достижимост? Как се построява?
5. Какво е събитие и как се интерпретира в мрежите на Петри?
6. Какво е условие и как се интерпретира в мрежите на Петри?
7. Къде и за какво се използват мрежите на Петри?