

Лабораторно упражнение N1
Изследване спектралния състав на
периодични сигнали

1. Цели на упражнението:

След провеждането на това лабораторно упражнение вие трябва да можете:

1.1. Да изчислявате амплитудите на спектралните съставки на най-често срещаните в електрониката периодични сигнали чрез реда на Фурие.

1.2. Да определяте резонансната честота на трептящ кръг, чрез който се извършва филтрация на хармоничните съставки 1.3. Да получите нагледна представа за връзката между спектралния състав на периодични сигнали, тяхната форма и продължителност.

2. Литература

Койчев К. Теория на веригите и сигналите, ТУ Габрово, 1992

Койчев К. Теория на сигналите, ТУ Габрово, 1998

Ненов Г. Сигнали и системи, С. Техника, 1995

3. Необходими уреди

-Лабораторен макет, нискочестотен RC генератор, осцилоскоп

4. Теоретична обосновка

Чрез използването на реда на Фурие се установява, че всеки сложен периодичен сигнал може да се представи като безкрайна сума от елементарни хармонични съставки с честоти и фазови ъгли кратни на основната. Освен неограничен брой хармонични съставлящи периодичния сигнал е възможно да съдържа и постоянна съставляща с нулева честота.

При разложение в ред на Фурие са в сила следните основни положения:

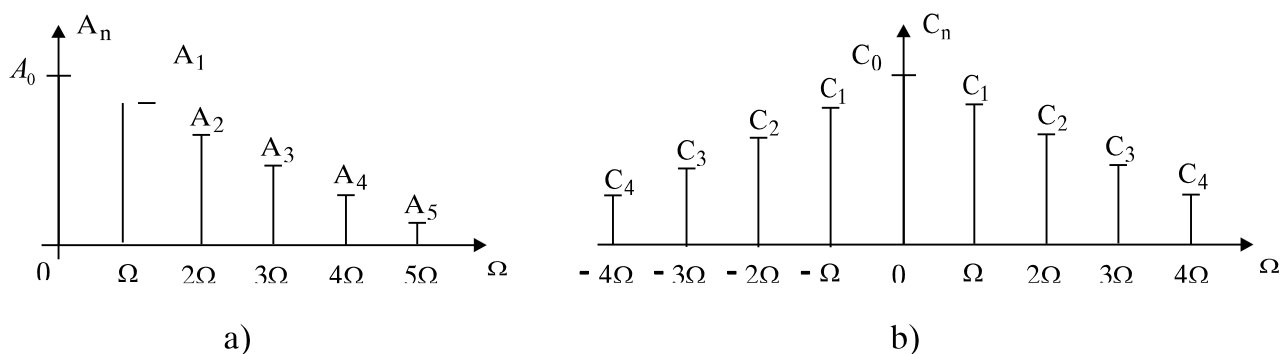
-Постоянната съставка $\frac{A_0}{2}$ е равна на нула за сигнали, чиито площи над и под абцисната ос са еднакви за един период.

-Преместването на оста на времето (абцисната ос) нагоре или надолу променя само големината на постоянната съставка на изследваната функция, но не влияе на амплитудите на хармониците.

-Преместването на началото на координатната система (съответно ординатната) наляво или надясно променя само фазата на хармониците.

Определянето на амплитудите на съставлящите може да се извърши чрез една от тъй наречените пълна, кратка и комплексна форма на реда на Фурие.

Графичното изобразяване на резултатите от спектралния анализ става чрез спектрални диаграми (фиг.1.1 а,б)



фиг.1

При използването на комплексната форма на реда на Фурие някои от стойностите се получават с отрицателен знак (фиг.1б).

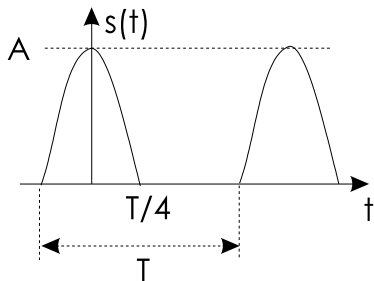
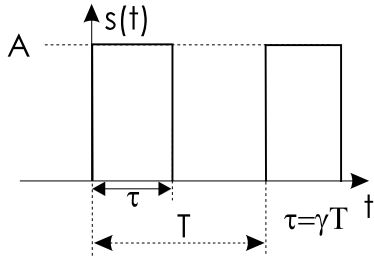
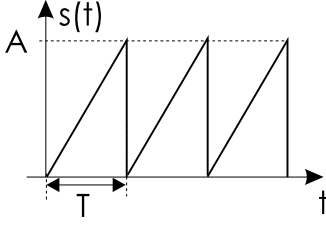
Хармониците се чертаят винаги с положителни амплитуди а към фазовия ъгъл се прибавя ъгъл π . Спектърът на сигналите е прекъснат (дискретен), като честотите на хармониците се отличават цяло число пъти от основната честота.

В практиката безкрайно широкият спектър няма смисъл. От определена граница нагоре амплитудите на хармониците стават пренебрежимо малки. Такъв спектър се нарича ограничен. Приема се в ограничения спектър да се съдържа определен процент (например 90%) от енергията на сигнала. Средната активна мощност на всички хармонични се дава чрез равенството на Парсевил:

$$P = A_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2$$

Областта от честотната ос, в която е съсредоточен ограничения спектър се нарича ширина на спектъра на сигнала.

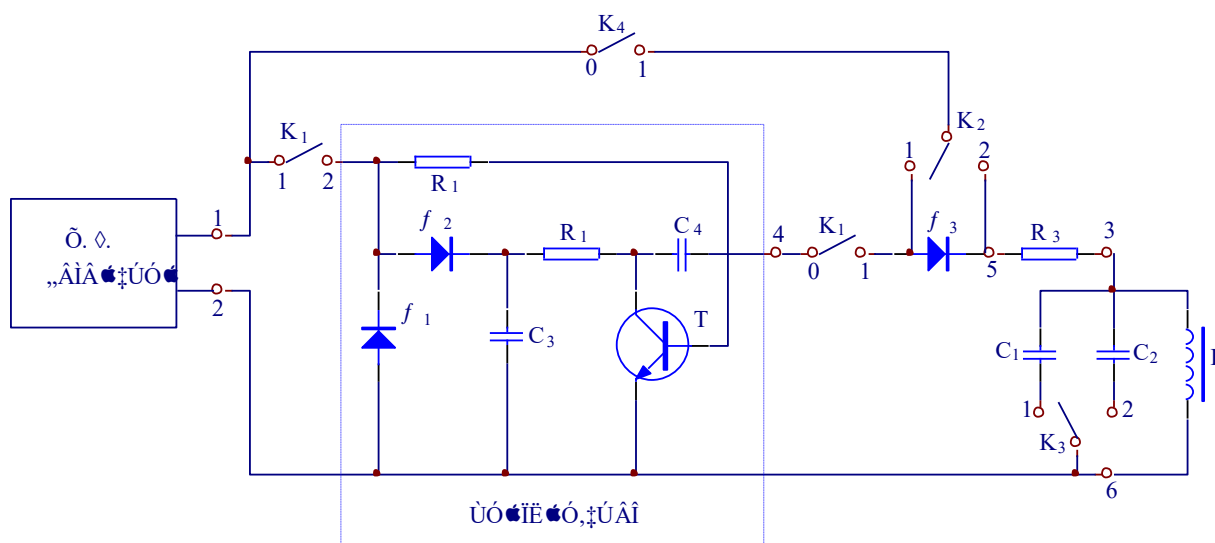
табл. 1

Вид на сигнала	Амплитуда на хармоничните
	$A_0 = \frac{A}{\pi}, A_1 = \frac{A}{2}$ $A_n = \frac{2A}{\pi(1-n^2)} \quad n=4,8,12,\dots,4k; k=1,2,3,\dots$ $A_n = -\frac{2A}{\pi(1-n^2)} \quad n=2,6,10,\dots,4k-2; k=1,2,3,\dots$ $A_n = 0 \quad n=3,5,7,\dots,2k+1 \quad k=1,2,3,\dots$
	$A_n = 2A \frac{\sin \chi \pi}{n\pi} \quad n=1,2,3,\dots$ $A_0 = \chi A$
	$A_n = \frac{AT}{n\pi}$

В табл.1 е показана най-често срещаната форма на периодични сигнали и формули за изчисление на амплитудата на хармоничните.

5. Задачи за изпълнение

5.1. Да се реализира опитната постановка от фиг.1.2 (с надебелени линии) и да се намери резонансната честота на трептящия кръг съставен от елементите L и C₁.



фиг.2

За целта поставете кл. K₁ в положение “0” а K₂ в положение “2”, K₃ в “1” а K₄ в “1”. След това от н. ч. генератор подайте амплитуда от няколко волта към клемите “1” и “2” на лабораторния макет. Променяйки честотата на генератора отчетете тази, при която се получава най-голяма амплитуда върху екрана на осцилоскопа.

5.2. Поставете кл. K₂ в положение “1”. Осцилоскопа включете в клемите “5” и “3”. Отчетете амплитудата A на получения периодичен сигнал. Чрез промяна на превключвателя на осцилоскопа от положение “=” в “~” и отчетете отстраняването на сигнала. Това ще бъде нивото на постоянната съставляваща A₀

5.3. Свържете осцилоскопа към клемите “3” и “6” на лабораторния макет. Хармоничния сигнал, който ще наблюдавате ще представлява първата хармонична Ω_1 на изследвания периодичен сигнал. Отчетете неговата амплитудна стойност. За да измерите втората, третата и т.н. хармонични, без да променяте напрежението на генератора подайте сигнал с честоти съответно $\frac{\Omega_1}{2}, \frac{\Omega_1}{3}$ и т. н., като отчитате амплитудните стойности на получените хармонични.

5.4. Нанесете получените експериментални резултати от т. 5.2 и 5.3 в табл. 2. В същата таблица нанесете изчислите амплитуди съгласно формулите от табл. 1 за съответния периодичен сигнал.

5.5. Да се повторят процедурите от т. 5.1 и 5.2, и 5.3 като се има напредвид, че кл. K₃ трябва да се постави в положение “2”, тъй като в този случай се включва трептящия кръг съставен от елементите C₂ и L

Получените експериментални и теоретични резултати да се нанесат в табл. 3.

5.6. Да се постави кл. K_1 в положение “1”, K_3 в положение “2” а K_4 в положение “0”. В този случай е включен формирателя, който изработва правоъгълни импулси от синусоида. Напрежението от сигналгенератора да се установи не по-малко от 10 V.

Амплитудата на импулсите може да се отчете, когато осцилоскопа се включи в т. “4” и “6” а амплитудата на хармоничните съставлящи в т. “3” и “6”. Процедурите по измерването на постоянната и променливите съставлящи е като тази в т. 5.2 и 5.3.

5.7. Експерименталните резултати от т. 5.6 да се нанесът в табл. 4. Теоретичните резултати да се нанесът в същата таблица като се използват съответните формули от табл.1 като големината на коефициента на запълване

$\chi = \frac{\tau}{T}$ се определя от екрана на осцилоскопа за наблюдаване за наблюдаваните правоъгълни импулси.

6. Приложен проблем

Изчислете амплитудите на първите 10 хармонични на правоъгълни импулси с амплитуда равна на 1V за $\chi=0.1; 0.2; 0.4; 0.5$. Получените резултати нанесете в табл. 5. Постройте спектралните диаграми за тези случаи. Ще забележите, че колкото е по-малък коефициента на запълване χ , толкова по-голям брой бавно намаляващи по амплитуда хармоници съдържа неговия реален спектър.

Горното свойство намира приложение в случаите, когато се налага умножение на честотата до 2-3 пъти.

Освен това, от графиките ще забележите, че за всяко χ точно определени съставки се нулират. Това е така, защото коефициентите на разложение на правоъгълните импулси се изчисляват съгласно израза:

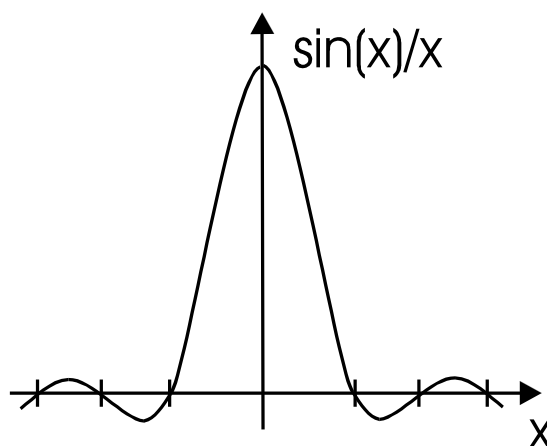
$$A_n = 2A \frac{\sin n\pi\chi}{n\chi}$$

След умножение на числителя и знаменателя с χ се получава

$$A_n = 2A\chi \frac{\sin n\pi\chi}{n\pi\chi} = 2A\chi \frac{\sin x}{x}$$

където $n\pi\chi = x$.

Определяща е функцията $\frac{\sin x}{x}$. Графиката и на изменение е дадена



фиг.3

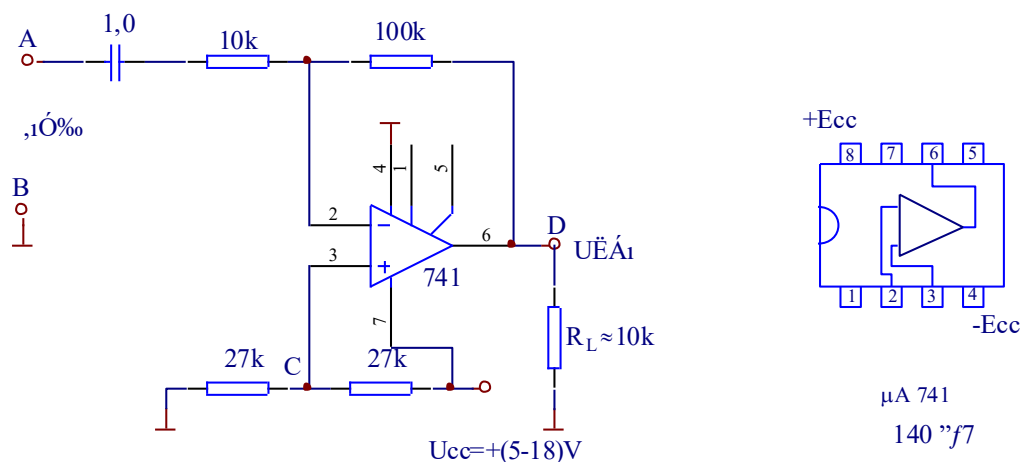
на фиг. 3. Характерното е, че тя се анулира за всяко $n = k \frac{1}{x}$, където $k=1, 2, 3, \dots$. От това следва, че амплитудата на всички хармонични, чийто номер е кратен на реципрочната стойност на коефициента на запълване са равни на нула.

Това свойство на функцията се използва при практическо приложение на теоремата на Котелников.

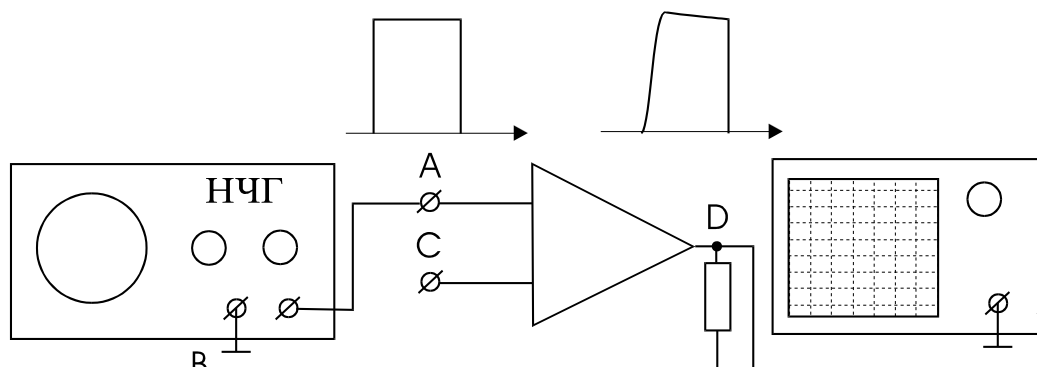
7. Самостоятелно изследване

От генератор на правоъгълни импулси с период на повторение няколко mS и амплитуда около 1V подайте сигнала към Y входа на осцилоскопа. Наблюдавайте формата на импулсите. За целта може да се използва и калибрация изход на осцилоскопа.

След това подайте импулсната поредица към входа на какъвто и да е Н.Ч. усилвател (Например като този от фиг. 4) към чийто активен товар е включен осцилоскоп (фиг. 5). При достатъчно голяма развивка на осцилоскопа ще забележите, че формата на усилените импулси се отличава от правоъгълната.



фиг. 4



Как може да се обясни това явление?

Въпроси и задачи за самопроверка:

1. Каква е връзката между продължителността на импулсния сигнал и широчината на неговия спектър?

.....

2. Дайте определение на понятието отрицателна честота. Пояснете съдържанието на това понятие.

.....

3. За сигнали, които ще бъдат възприемани от слуха или от зрението, кои изкривявания са от значение?

.....

4. На колко е равна амплитудата на хармоничните на правоъгълен импулс, чийто номер е кратен на реципрочната стойност на коефициента на запълване?

.....

5. Как ще се измени спектъра на периодичния сигнал ако периода на повторение клони към безкрайност?

.....

