

Лабораторно упражнение № 2

Изследване на единични трептящи

кръгове

1. Цели на упражнението

След провеждането на това лабораторно упражнение вие трябва да можете:

1.1. Да определяте теоретично основните параметри на единичен последователен и паралелен трептящ кръг.

1.2. Експериментално да снемате основните характеристики и параметри на последователен и паралелен трептящ кръг.

2. Литература

Койчев К., С. Садинов, Сигнали и системи, Алма Матер Интер., 2012

Койчев К. Теория на сигналите, ТУ Габрово, 1998

Ненов Г., С. Захаријева Основи на радиоелектрониката, Техника, С. 1989

3. Необходими уреди

- Лабораторен макет, нискочестотен генератор, нискочестотни мултицети, осцилоскоп

4. Теоретична обосновка

Трептящите кръгове са пасивни електрически вериги, съдържащи бобини и кондензатори. При определени условия настъпва явление, което се нарича резонанс. В този случай реактивното съпротивление на веригата става равно на нула за точно определена честота. Тази честота се нарича резонансна - f_p .

Единичните трептящи кръгове се разделят на последователни и паралелни. При последователните трептящи кръгове източника на сигнал, бобината и кондензаторът са свързани последователно, а при паралелните трептящи кръгове - паралелно.

Основните параметри и на двата вида трептящи кръгове са:

Резонансна честота f_{p0} . Това е честотата, при която реактивното съпротивление на трептящия кръг става равно на нула и токът (при последователен трептящ кръг) или напрежението, (при паралелен трептящ кръг) има максимум, който се отбелязва с I_p или U_p . Резонансната честота се определя по формулата на Томсон

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (1)$$

Резонансна характеристика. Това е зависимостта на отношението I/I_p или U/U_p от честотата.

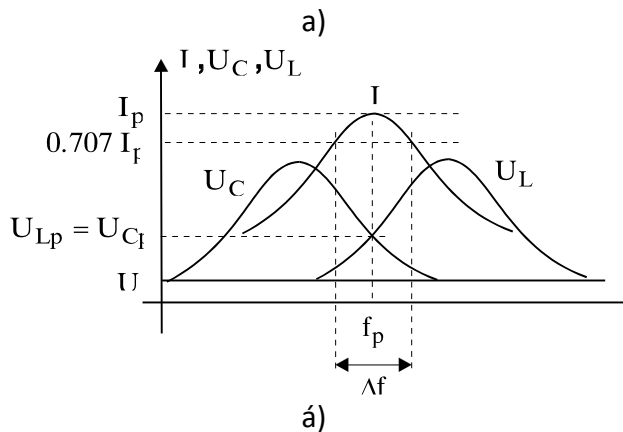
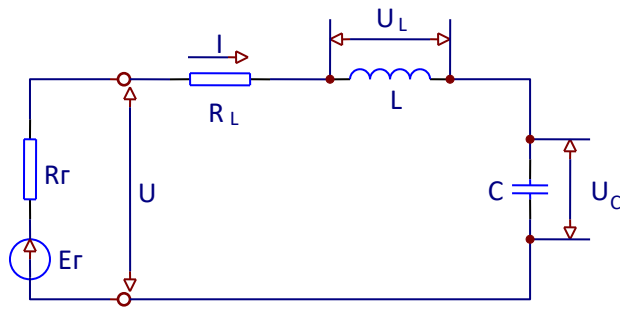
Качествен фактор Q . Може да се представи като отношение на индуктивното съпротивление на бобината или капацитивното съпротивление на кондензатора за резонансната честота към активното съпротивление на кръга, т.е.

$$Q = \frac{X_L}{R} = \frac{X_C}{R} = \frac{2\pi f_p L}{R} = \frac{1}{2\pi f_p C R} \quad (2)$$

Качественият фактор е величина показваща колко пъти напрежението върху реактивните елементи или токът през тях при резонанс е по-голям от входното напрежение или ток.

Качественият фактор може да се определи и непосредствено от резонансната характеристика на даден трептящ кръг чрез неговата лента на пропускане $2\Delta f$

$$2\Delta f = \frac{f_p}{Q} \quad (3)$$



Фиг. 1

Последната се определя по следния начин:

От експериментално снетата резонансна характеристика се определя максималната и стойност, която в нормиран вид ще бъде равна на 1.

На ниво $1/\sqrt{2}$ т.е. (0,707) се прекарва права успоредна на абсисната ос. Тя пресича склоновете на резонансната характеристика в две точки.

Проекциите на тези две точки върху честотната (абсисната) ос ще определят лентата на пропускане $2\Delta f$ за съответния трептящ кръг (фиг.1б и фиг.2б)

Затихване на трептящия кръг d-реципрочна стойност на Q

$$d = \frac{1}{Q} \quad (4)$$

Характеристично (вънново) съпротивление ρ . Изчислява се по формулата

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (5)$$

и има размерност Ом $[\Omega]$.

Чрез ρ може да се определи качествения фактор Q:

$$Q = \frac{\rho}{R} \quad (6)$$

Обобщена разстройка на единичен трептящ кръг

$$\Delta = \left(\frac{f}{f_p} - \frac{f_p}{f} \right) Q \approx \frac{2\Delta f}{f_p} Q = \frac{X}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \tan \varphi \quad (7)$$

В горната формула φ е ъгълът на дефазирание между импеданса на трептящия кръг и неговото активно съпротивление.

4.1. Последователен трептящ кръг

Последователният трептящ кръг представлява последователно свързване на бобина и кондензатор към източник на напрежение (фиг.1а).

Резонансните характеристики са показани на фиг.1б при условие, че входното напрежение е постоянно.

От фиг.1б се вижда, че токът във веригата има максимална стойност I_p , когато честотата на входното напрежение е равна на резонансната честота на трептящия кръг. Нейната големина се определя по формула (1).

Следователно, входното съпротивление $Z_{вх}$ на кръга за резонансната честота е минимално с големина

$$Z_{вх}(\omega_p) = R, \quad (8)$$

където R е активното загубно съпротивление на веригата, включващо активното съпротивление на бобината R_L и вътрешното съпротивление на източника на входно напрежение R_r .

При резонанс напреженията U_L и U_C върху реактивните елементи са равни помежду си и са по-големи от входното напрежение U приблизително Q пъти. Поради това, този резонанс се нарича резонанс на напреженията.

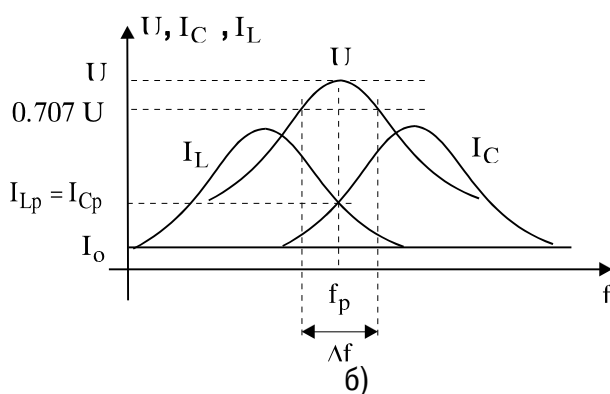
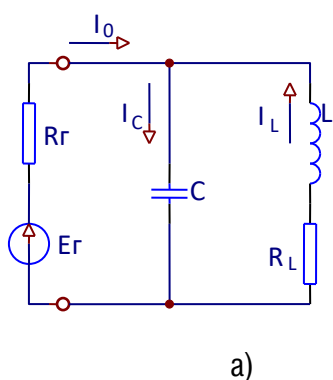
Уравнението на резонансната характеристика се дава с изказа:

$$\frac{I}{I_p} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{2\Delta f}{f_p} \right)^2}}, \quad (9)$$

като лентата на пропускане аналитично се определя от (3) а геометрично чрез по-горе описания начин

4.2. Паралелен трептящ кръг

Паралелният трептящ кръг се състои от бобина и кондензатор свързани паралелно към източник на ток (фиг.2а). Практически този източник се представя като генератор с вътрешно съпротивление R_r .



фиг. 2

Прието е загубите в паралелния трептящ кръг да се изразяват като загубно съпротивление R включено или последователно на бобината (фиг.2а) или паралелно на кръга (фиг.4) отразяващо загубите в бобината и кондензатора.

Загубното съпротивление за резонансната честота има стойност

$$R = \rho Q. \quad (10)$$

На фиг. 2б са показани резонансните характеристики на кръга построени при условие, че входният ток е постоянна величина.

От фиг.2б се вижда, че напрежението върху кръга, има максимална стойност за резонансната честота f_p определена от (1).

Графиките показани на фиг.2б са валидни само в случай, когато $R_r \gg Z_p$, тъй като само тогава токът в общата верига $I_0 \approx E_r/R_r$ няма да зависи от честотата. В горното неравенство със Z_p е означен импеданса на трептящия кръг, който за резонансната честота в реален трептящ кръг не е безкрайно голям има активен характер и е с големина

$$Z_p = \frac{L}{RC} = \frac{\rho^2}{R}. \quad (11)$$

По такъв начин и в този трептящ кръг входното съпротивление $Z_{вх}(\omega)$ при резонанс е активно. Токовете през реактивните елементи I_L и I_C са равни помежду си и са Q -пъти по-големи от входния ток I_0 , поради което този резонанс се нарича токов.

Лентата на пропускане на кръга и неговия Q фактор се определят от резонансната характеристика по същия начин както и при последователния трептящ кръг, т.е. по формули (1÷7).

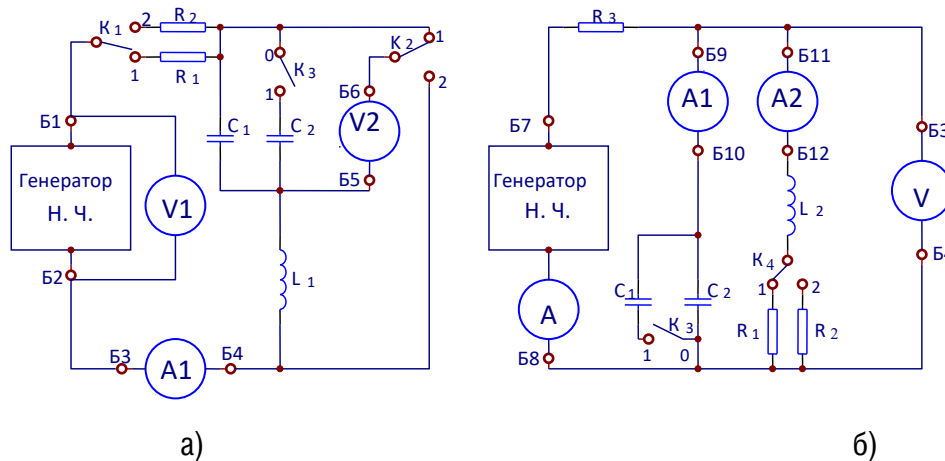
На фиг.3а е показана схемата на лабораторния макет, чрез който се изследва последователния трептящ кръг, а на фиг. 3б - паралелния трептящ кръг.

5.1. Да се изследва последователния трептящ кръг от фиг. 3. За целта да се включат уредите показани на фигурата. Ключът K_6 намиращ се върху лабораторния макет да се постави в положение „1“. Положението на ключовете K_1 и K_3 е по избор или по препоръка на ръководителя на упражнението, т.е. те остават непроменени до края на упражнението. От същата фигура се вижда, че когато ключът K_3 е в положение „0“ е включен само кондензатора на кондензатор C_1 а в положение „2“ сумарния капацитет на C_1 и C_2 . Когато ключът K_2 е в положение „1“ се измерва напрежението върху съответния кондензатор а в положение „2“ напрежението върху бобината L_1 .

Поради значителна стойност на $R_{1,2}$ спрямо вътрешното съпротивление на генератора и омичното съпротивление на бобината, тези съпротивления ще представляват активното загубно съпротивление на веригата - R.

5.2. Като се има в предвид стойностите на елементите от фиг.3а: $L=75\text{ mH}$, $R_1=R_2=110\ \Omega$, $C=$ да се определят теоретично всички основни параметри на последователния трептящ кръг, чрез формули 1÷7. Получените резултати да се нанесат в табл. 1.

5.3. Да се снимат експериментално резонансните характеристики U_C , U_L , $I=F(f)$. За целта да се извърши следното:



фиг. 3

а) От нискочестотния генератор с минимално вътрешно съпротивление да се подаде сигнал с амплитуда няколко волта. За изчислената стойност на резонансната честота експериментално да се провери дали тя съвпада с експериментално сметаната; амперметъра трябва да показва максимална стойност на напреженията U_C и U_L и те трябва приблизително да са равни.

б) От така определената собствена резонансна честота на кръга симетрично спрямо нея да се определи честотния диапазон, в който да се извършат измерванията така, че видът на характеристиките да е близък до този показан на фиг. 1б. Напрежението от генератора по време на работа трябва да се поддържа постоянно. Данните да се нанесат в табл. 2.

5.4. От резултатите в табл.2 да се построят съответните графики на фиг.7 в подходящ мащаб. От характеристиката $I=F(f)$ експериментално да се определят: резонансната честота f_p , лентата на пропускане $2\Delta f_{\text{експ}}$, Q-факторът на кръга и обобщената разстройка $a_{\text{експ}}$. Получените резултати да се нанасят в табл. 1.

5.5. Да се изследва паралелен трептящ кръг от фиг.3,б. Да се включат уредите показани на фигурата. Ключът K_6 намиращ се върху лабораторния макет да се постави в положение „2“. Ключовете K_4 и K_5 е също по избор и не се променя до края на упражнението.

Резисторите $R_{1,2}$ в случая могат да се приемат като съпротивление на бобината. Стойностите на елементите са идентични като тези от фиг. 3а, поради което не се налага изчисляването на основните параметри на кръга.

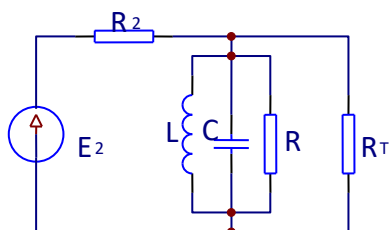
5.6. Да се снимат експериментално резонансните характеристики: I_L , I_C , $U=F(f)$, като се съблюдават аналогични изисквания подобни в т. 5.3. Особено за схемата от фиг. 3б е, че входният ток трябва да се поддържа постоянен при промяна на честотата.

Резултатите от измерванията да се нанесат в табл. 3 а графиките на фиг. 8.

5.7. Да се изчислят съпротивлението на паралелния трептящ кръг за резонансната честота R и импеданса на трептящия кръг Z_p съгласно формули (10) ÷ (11). Експериментално да се определят резонансната честота $f_{\text{рексп.}}$, лентата на пропускане $2\Delta f_{\text{експ.}}$, $Q_{\text{експ.}}$ -факторът на кръга и обобщената разстройка $\Delta_{\text{експ.}}$. Получените данни да се нанесат в табл. 4.

6. Приложен проблем

При практическото използване на паралелния трептящ кръг в общия случай той се захранва от източник на сигнал с вътрешно съпротивление R_r и успоредно на кръга се свързва товар със съпротивление R_T (фиг. 4). В схемата съпротивлението R отразява загубите в кръга.



фиг.4

При това положение съпротивленията R_r и R_T внасят допълнителни загуби в кръга и неговия качествен фактор намалява от Q на Q' т.е.

$$Q' = \frac{Q}{1 + \left(\frac{\rho}{R_r} + \frac{\rho}{R_T} \right) Q}$$

(11)

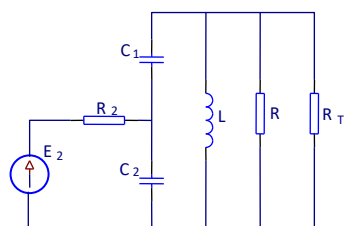
В редица приложения на паралелния трептящ кръг се налага съгласуване на кръга с източника на сигнал, така че да се получи максимално отдаване на енергия в кръга, т.е. $R_r = Z_p = \rho Q$.

На практика $R_r < R_p$. В такъв случай се прибегва до частично свързване на източника на сигнал към кръга по една от схемите от фиг. 5.

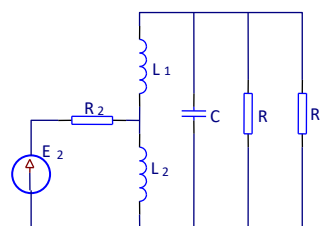
Частичното свързване се оценява чрез коефициента на връзка p , който за схемата от фиг. 5а се определя от изрази:

$$p = \frac{C_1}{C_1 + C_2}, \quad \text{а за фиг. 5б:} \quad p = \frac{W_2}{W} \quad (12), (13)$$

където W_2 и W са броят на навивките съответно на L_2 и на цялата бобина ($L_1 + L_2$). Очевидно е, че $p < 1$.



а)



б)

фиг. 5

Резонансната честота на трептящите кръгове от фиг. 5 се определят от (1), като за фиг. 5а капацитетът C е

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}, \quad \text{а за фиг. 5б } L \text{ е:} \quad L = L_1 + L_2. \quad (14), (15)$$

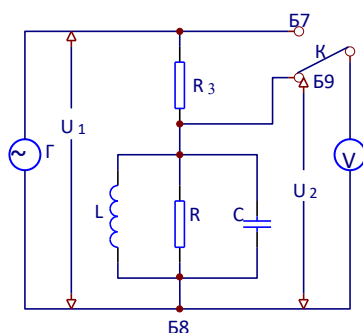
Входният импеданс за резонансната честота, измерен между точките а и б се дава с изрази

$$Z'_p = p^2 Z_p \quad (16)$$

Качественият фактор на трептящите на трептящите кръгове от фиг.5, при отчитане големината на R_T и R_T е

$$Q'' = \frac{Q}{1 + \left(\frac{\rho}{R_T} + p^2 \frac{\rho}{R_{\tilde{a}}} \right) Q}, \text{ при } R_T = Z'_p \text{ се получава: } Q''' = \frac{Q}{2 + \frac{\rho}{R_T} Q} \quad (17) \quad (18)$$

За приетите стойности на L и C и като имате в предвид че $R_T = 10 \text{ k}\Omega$ изчислете качествения фактор Q' за схемата от фиг. 4 за $R_T = 10 \text{ k}\Omega$; $50 \text{ k}\Omega$; $100 \text{ k}\Omega$ съгласно формула (11). Резултатите нанесете в табл. 5. В табл. 6 нанесете качествения фактор Q'' изчислен по формула (17) за случая когато $R_T = 10 \text{ k}\Omega$; $R_T = 100 \text{ k}\Omega$ при: $p = 1$; $0,8$; $0,5$; $0,1$. Направете съответните изводи.



фиг. 6

7. Самостоятелно изследване

Когато паралелния трептящ кръг е настроен в резонанс е възможно да се определи загубното съпротивление R . Изискването е да се знае точно стойността на резистора R_3 от фиг. 3б и неговата стойност да не зависи от честотата. За целта може да се използва лабораторния макет от фиг. 3б като схемата се трансформира във вида на фиг. 6.

Когато кръгът се настрои в резонанс чрез изменение на честотата на генератора Γ волтметъра V имащ достатъчно голямо входно съпротивление ще показва максимум, когато е включен в положение Б9. При това положение кръгът ще има чисто активно съпротивление R . Измереното

напрежение ще бъде $U_2 = IR$. След това волт метърът се превключва в положение Б7 и се измерва напрежението $U_1 = I(R_3 + R)$. От тези две уравнения може да се намери големината на загубното съпротивление R

$$R = R_3 \frac{U_2}{U_1 - U_2} \quad (19)$$

На базата на горе изложеното, като използвате лабораторния макет от фиг. 3б определете големината на R , като предварително заместите амперметрите в схемата с мостчета.

Въпроси за самоподготовка

1. От какво зависят широчината на лентата на пропускане и избирателността на трептящия кръг?

.....

.....

.....

.....

2. С какво се характеризира резонанса на тока ?

.....

.....

.....

.....

3. С какво се характеризира резонанса на напрежение ?

.....

.....

.....

.....
.....
4.Каква е теоретичната стойност на импеданса при резонанс на паралелния трептящ кръг ?

.....
.....
.....
.....

5.Как влияе загубното съпротивление върху избиращелността на трептящите кръгове ?

.....
.....
.....
.....

6.Каква трябва да бъде големината на вътрешното съпротивление на генератора ако той захранва:

а) последователен трептящ кръг

.....

б) паралелен трептящ кръг

.....

7.В кои случаи се налага частично включване на трептящия кръг към източника на сигнал ?

.....
.....
.....
.....