

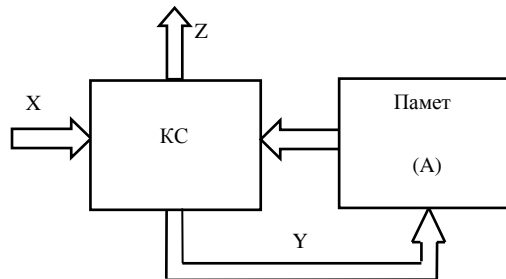
АНАЛИЗ И СИНТЕЗ НА ЛОГИЧЕСКИ СХЕМИ

Лекция

9. ПОСЛЕДОВАТЕЛНОСТНИ СХЕМИ

В изчислителната техника се използват два класа схеми: *комбинационни схеми* и *последователни схеми (ПС)*. Отличителна особеност на комбинационните схеми е наличието на функционална зависимост между входните и изходните сигнали. При комбинационните логически схеми, състоянието на изходите еднозначно се определя от състоянието на входовете в даден момент и не зависи от предишното състояние на входовете. При отсъствие на входни сигнали, изходните сигнали също отсъстват, тъй като такива схеми нямат памет. За комбинационните логически схеми може да се каже, че те не зависят от параметъра време (ако се пренебрегне закъснението на сигналите в реалните логически елементи). За разлика от комбинационните, действието на втория клас схеми съществено зависи от параметъра време. При тях състоянието на схемата зависи не само от входните набори, но и от състоянието на схемата в предишните моменти от времето. Тези схеми съдържат запомнящи елементи (елементи памет), които съхраняват състоянието на схемата и се наричат *логически схеми с памет*. Докато реакцията на една комбинационна схема не зависи от реда, в който ще постъпват наборите на входовете ѝ, реакцията на една логическа схема с памет съществено зависи от последователността на подаване на входните набори. Затова логическите схеми с памет се наричат още *последователни схеми*. За описание, изследване и синтез на последователностните схеми се използва теорията на крайните автомати.

На фиг. 9.1 е представена структурна схема на краен автомат. Блокът памет съдържа запомнящи елементи (елементи памет), в които се съхранява състоянието на автомата А. В зависимост от това състояние (А) и входното въздействие (Х), КС изработва изходните реакции (Z) на автомата и сигналите (Y) към елемента памет, чрез които се установява ново вътрешно състояние на автомата. Веригата - КС - сигналите Y - елементът памет - състояние А - КС, е обратна връзка (ОВ) по отношение на КС и представлява съществена особеност на автоматите. От веригата за обратна връзка на автоматите следва и още едно



Фиг. 9.1. Структурна схема на краен автомат

тяхно наименование, *логически схеми с обратна връзка*.

При подаване на входно въздействие X, автоматът генерира съответната изходна реакция Z и преминава в ново вътрешно състояние А. Така действието на автомата е свързано с дискретните моменти на времето, в които се изменят входните въздействия X. Затова за автоматите се казва още, че те са *дискретни устройства*.

За да бъде зададен един автомат, необходимо е да са известни:

- множеството от входни въздействия ;
- множеството от изходни реакции;
- множеството от вътрешни състояния;
- законът за определяне на новото вътрешно състояние на автомата, който се нарича функция на преходите;
- законът за определяне на изходната реакция на автомата, който се нарича функция на изходите;

Функцията на преходите на произволен автомат се представя във вида (9.1).

$$A(t+1) = f[A(t), X(t)], \quad (9.1)$$

където A(t) и X(t) са вътрешното състояние и входното въздействие в момента t, а A(t+1) е новото вътрешно състояние (в момента t+1).

В зависимост от характера на функцията на изходите се различават два автоматни модела на последователни схеми:

Автомат на Мур, при който изходната реакция Z в момента t зависи само от вътрешното състояние А в същия момент (9.2).

$$Z(t) = \varphi_1[A(t)]; \quad (9.2)$$

Автомат на Мили, при който изходната реакция Z зависи от вътрешното състояние А и входното въздействие в същия момент (9.3).

$$Z(t) = \varphi_2[A(t), X(t)]. \quad (9.3)$$

Определение: Краен автомат е всяка наредена петорка, съставена от азбуките на входа, вътрешното състояние, изхода, функцията на преходите и функцията на изходите.

$$(X, A, Z, f, \varphi)$$

От множеството възможни вътрешни състояния на автомата се избира едно за начално вътрешно състояние a_0 . Обикновено към наредената петорка се добавя и началното вътрешно състояние a_0 ,

$$(X, A, Z, f, \varphi) a_0.$$

Долният индекс на началното вътрешно състояние може да бъде различен от 0, например $1 \rightarrow a_1$.

Всеки автомат е напълно зададен чрез началното си състояние, функцията на преходите и функцията на изходите.

Действието на автомата се описва с неговата програма, която представлява набор от команди. Всяка команда има вида (9.4).

$$a_i x_j \rightarrow a_k Z_s, \quad (9.4)$$

където a_i и x_j са съответно вътрешното състояние и входният сигнал, а a_k - новото вътрешно състояние и Z_s - изходният сигнал, който се получава

(изработка от схемата) при прехода от старо към ново вътрешно състояние. Работата на крайния автомат се описва с еднозначни оператори от вида (9.4). На всяка двойка символи $a_i x_j$ съответства точно определена двойка $a_k Z_s$. Не може да има команди с две еднакви леви части и две различни (различаващи се) десни части.

Функциите на преходите и изходите освен аналитично, могат да се задават и с таблица на преходите и таблица на изходите. Редовете в таблицата съответстват на входните сигнали, а колонките - на вътрешните състояния на автомата. Ако в клетката образува при пресичането на реда на входния сигнал x_j и колонката съответстваща на вътрешното състояние a_i , се записва състоянието, в което автоматът преминава от състояние a_i под въздействие на входния сигнал x_j , се получава таблицата на преходите (таблица 9.1). Ако в тази клетка вместо вътрешно състояние е записан формирацията се при това в автомата изходен сигнал Z , се получава таблица на изходите (таблица 9.2). Преходите и изходите на автомата могат еднозначно да бъдат определени и като се построи обща таблица на преходите и изходите на автомата (таблица 9.3).

Таблица 9.1

Таблица на преходите

X\A	a ₀	a ₁	a ₂	a ₃
X ₁	a ₁	a ₂	a ₃	a ₃
X ₂	a ₀	a ₀	a ₀	a ₀

Таблица 9.2

Таблица на изходите

X\A	a ₀	a ₁	a ₂	a ₃
X ₁	Z ₁	Z ₂	Z ₃	Z ₂
X ₂	Z ₂	Z ₁	Z ₂	Z ₃

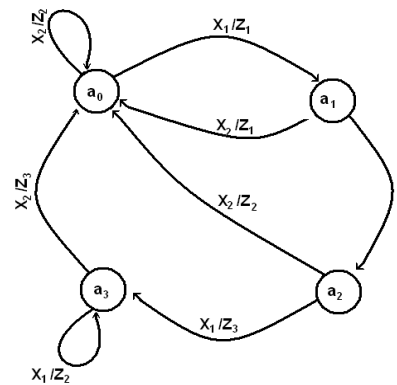
Таблица 9.3

Таблица на преходите и изходите

X\A	a ₀	a ₁	a ₂	a ₃
X ₁	a ₁ /Z ₁	a ₂ /Z ₂	a ₃ /Z ₃	a ₃ /Z ₂
X ₂	a ₀ /Z ₂	a ₀ /Z ₁	a ₀ /Z ₂	a ₀ /Z ₃

Последователностните схеми могат да бъдат задавани и чрез граф. Графът на преходите се състои от възли и дъги (фиг. 9.2). Всеки възел представлява (съответства на) еднозначно определено вътрешно състояние. Ориентираната дъга показва прехода от едно (старо) вътрешно състояние в друго (ново). До дъгата се записва и входното въздействие, което предизвиква този преход. Ако преходът от едно състояние в друго се осъществява при няколко различни входни въздействия, то всички входни въздействия трябва да бъдат отбелязани. Обикновено до дъгата се отбелязва и изходното състояние на схемата. Ако за някои стойности на X, вътрешното състояние не се изменя, дъгата се затваря в същия възел, от който излиза.

Програмата, с която се описва действието на автомата от таблица 9.3 и чрез която също може да бъде зададен автоматът е следната:



Фиг. 9.2. Граф на преходите на автомат на Мили

- $a_0 x_1 \rightarrow a_1 z_1;$
- $a_1 x_1 \rightarrow a_2 z_2;$
- $a_2 x_1 \rightarrow a_3 z_3;$
- $a_3 x_1 \rightarrow a_3 z_2;$
- $a_0 x_2 \rightarrow a_0 z_2;$
- $a_1 x_2 \rightarrow a_0 z_1;$
- $a_2 x_2 \rightarrow a_0 z_2;$
- $a_3 x_2 \rightarrow a_0 z_3.$

Разгледаният пример е за задаване на автомат на Мили. Има известни малки разлики при задаването на автомат на Мур, в зависимост от характера на функцията на изходите на двата модела.

Функциите на преходите и изходите на автомат на Мур се задават с една отбелязана таблица на преходите (таблица 9.4), която се строи както таблицата на преходите и изходите на автомат на Мили, но над символите на състоянията се нанасят символите на изходните сигнали (реакции), съответстващи на даденото състояние.

В графовете на автоматите на Мур изходните реакции (стойностите на изходните сигнали) се записват около или във възлите, а ребрата (ориентираните дъги) се означават само с входни сигнали.

Таблица 9.4

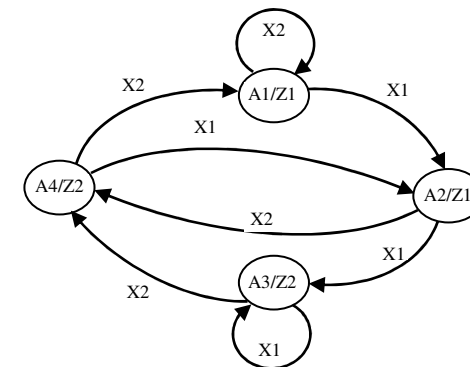
Таблица на преходите и изходите на примерен автомат на Мур

		Z ₁	Z ₁	Z ₂	Z ₂
X \ A	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₄
X ₁	a ₂	a ₃	a ₃	a ₂	a ₂
X ₂	a ₁	a ₄	a ₄	a ₄	a ₁

Графът на автомат на Мур, зададен чрез таблица 9.4 е показан на фиг. 9.3.

Графът на автомат на Мур се различава от този на автомат на Мили. Непосредствено до ребрата се отбелязват само входните въздействия X_j , а изходните реакции, съответстващи на вътрешно състояние се записват в самия възел или близо до него.

Например, ако вътрешното състояние в момента t е a_1 , ще се получи изходна реакция Z_1 , независимо от входния сигнал. Какво ще следващото състояние,

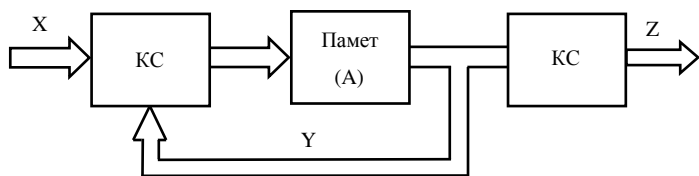


Фиг. 9.3. Граф на преходите на автомат на Мур

зависи от входния сигнал.

При автомат на Мур изходната реакция също зависи и от входното въздействие, но с един такт закъснение.

На фиг. 9.4 е представена структурна схема на автомат на Мур.



Фиг. 9.4. Структурна схема на автомат на Мур

Един автомат има пълна система преходи, ако за всяка двойка вътрешни състояния A_i, A_j може да се намери поне една входна дума X_k , предизвикваща прехода $A_i \rightarrow A_j$. Пълна система изходи означава, че на всяко вътрешно състояние A_i на автомата съответства собствен изходен сигнал Q_i , различен от останалите.

Видове крайни автомати

Възможно е в наредената петорка да липсват някои букви:

Издородени автомати	<p>1. Краен автомат без памет – $X, Z, \varphi \rightarrow$ Комбинационна схема Входните сигнали еднозначно се преобразуват в изходни.</p> <p>2. Автономни крайни автомати – не зависят от външни сигнали, липсва X,</p> $a_i \rightarrow a_k Z_s;$ <p>3. Крайни автомати без изход – A, X, f - сменят си само вътрешните състояния</p>
Основни атоматни модели	<p>4. Автомат на Мур $A(t+1) = f[A(t), X(t)];$ $Z(t) = \varphi_1[A(t)].$</p> <p>5. Автомат на Мили $A(t+1) = f[A(t), X(t)];$ $Z(t) = \varphi_2[A(t), X(t)].$</p>

Елементарни автомати

В изчислителната техника освен логически елементи се използват и елементи за съхраняване (запомняне) на информацията, наречени *запомнящи елементи*. Тези елементи позволяват да се записва, съхранява и чете двоична информация. В качеството на запомнящи елементи обикновено се използват тригери, които са *елементарни автомати* (ЕА), имащи следните особености:

- ЕА са автомати на Мур с две вътрешни състояния, които се бележат условно (кодират) с 0 и 1;

- ЕА генерира два различни изходни сигнала (съответстващи на двете му

вътрешни състояния), които по същество позволяват физически да се различават състоянията му. При разглежданията по-нататък състоянието на автомата ще бъде означавано с една буква Q и ще бъде кодирано с цифрите 0 и 1. ЕА имат два взаимноинверсни изхода, наричащи се прав и инверсен – Q и \bar{Q} . Ако ЕА е във вътрешно състояние 1, изходните му сигнали са $Q=1$ и $\bar{Q}=0$, а ако е в състояние 0 – $Q=0$ и $\bar{Q}=1$. Следователно сигналът на правия изход Q се отъждествява с вътрешното състояние на ЕА;

- ЕА имат един или повече физически входове, на всеки от които могат да се подават сигнали кодирани с цифрите 0 и 1.

Начини за задаване на автоматите (behavior of automation) – варианти за описание на автоматите, тяхното функциониране или поведение. ЕА се описва по един от следните начини:

- *Таблично*. Таблица на преходите;

- *Графично*. Диаграма на автомата (диаграма на преходите на автомата) – е ориентиран граф G . Графът има два върха (възли), еднозначно съответстващи на двете вътрешни състояния на ЕА;

- *Аналитично*. Аналитично ЕА се описва със сложна функция, функция на преходите $Q^{t+1} = f(x^t, Q^t)$;

- *Матрично*. Чрез матрица на входовете. Тя има четири реда, означени с възможните четири прехода на ЕА и отделна колонка за всеки вход на ЕА.

ЕА имат пълна система от преходи и изходи

Един автомат има *пълна система преходи*, ако за всяка двойка вътрешни състояния A_i, A_j може да се намери поне една входна дума x_k , предизвикваща прехода $A_i \rightarrow A_j$. *Пълна система изходи* означава, че на всяко вътрешно състояние A_i на автомата съответства собствен изходен сигнал Q_i , различен от останалите.

ЕА с един вход

Всички реални автомати имат детерминирана (напълно определена във всеки момент) система преходи. Съществуват само четири типа елементарни автомати (таблица 9.5) с един вход, които имат детерминирана и пълна система преходи.

Действително, първите две колонки (x^t и Q^t) на таблицата на преходите (таблица 9.5) са еднакви – в тях са записани всички възможни двойки от значения на входния сигнал и състоянията на автомата в момента от време t . За да има автоматът пълна система преходи, колонките за Q^{t+1} , следва да се запълнят така, че третата и четвъртата колонки (Q^t и Q^{t+1}) да отговарят на всичките четири типа преходи: 00, 01, 10 и 11.

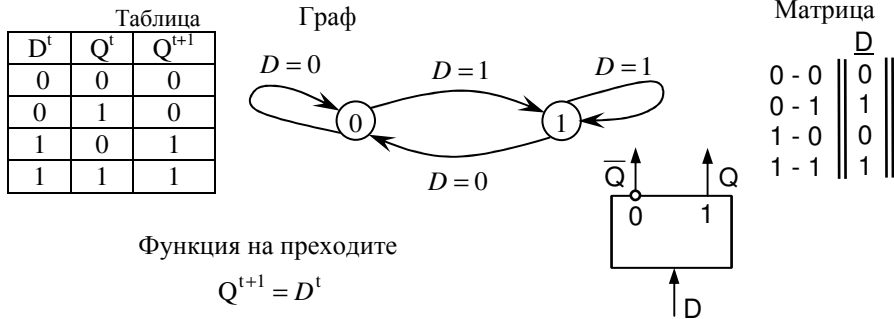
Ако се сравнят табл. 9.5-1 с табл. 9.5-3 и табл. 9.5-2 с табл. 9.5-4 се вижда, че тези таблици се различават помежду си само по начина на кодиране на

входните сигнали x^t и следователно след прекодиране на последните, т.е. след замената в колоната за x^t на една от таблиците на цифрите 0 с 1 и 1 с 0, са идентични (напълно съвпадат). Следователно има само два принципно различни елементарни автомата с един вход. ЕА, зададени в табл. 9.5-1 (ЕА тип D) и табл. 9.5-2 (ЕА тип T) се приемат за основни.

Таблица 9.5
Четири типа ЕА с един вход

1				2				3				4			
№	x^t	Q^t	Q^{t+1}	№	x^t	Q^t	Q^{t+1}	№	x^t	Q^t	Q^{t+1}	№	x^t	Q^t	Q^{t+1}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0
2	1	0	1	2	1	0	1	2	1	0	0	2	1	0	0
3	1	1	1	3	1	1	0	3	1	1	0	3	1	1	1

ЕА тип D (фиг. 9.5). Неговото състояние Q^{t+1} повтаря сигнала на входа D с определено закъснение (един такт). Затова този ЕА е обикновен елемент за закъснение на входните сигнали на един такт, откъдето носи името си (delay - закъснение).

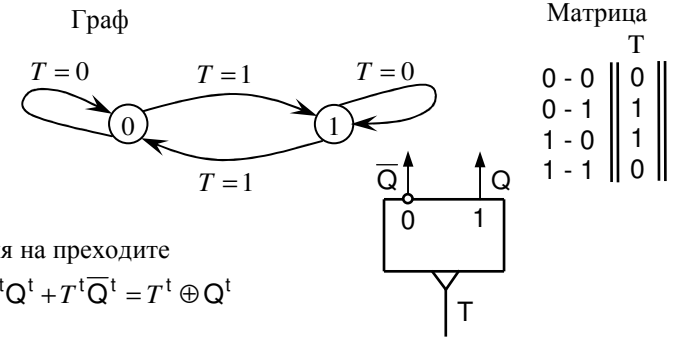


Фиг. 9.5. Елементарен автомат тип D

ЕА тип T (фиг. 9.6). Този автомат реализира операцията събиране (броене) по модул 2 на стойностите на входните сигнали и не е нищо друго, освен тригер с броячен вход (T-тригер). При T=0, той запазва състоянието си, а при T=1 променя състоянието си (0-1 и 1-0).

Таблица

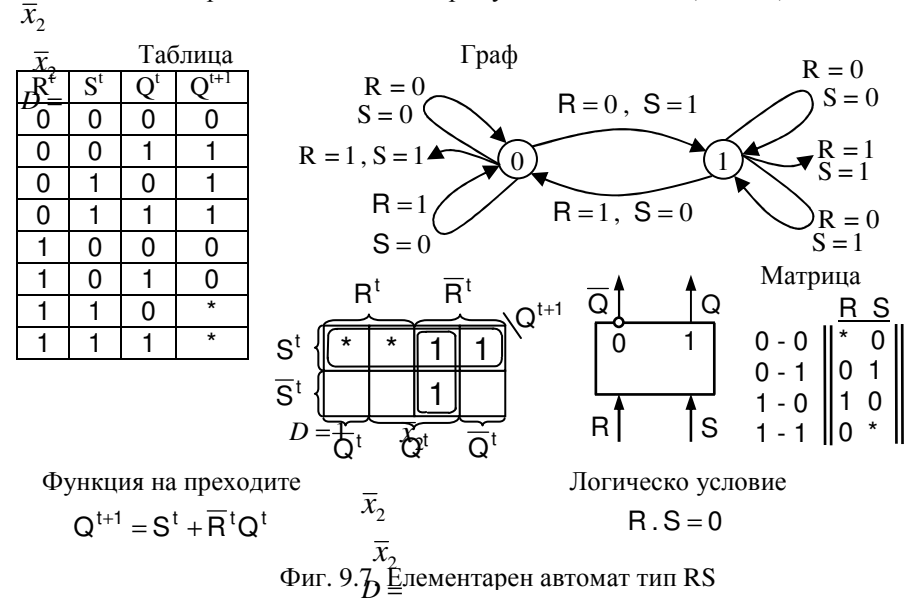
T^t	Q^t	Q^{t+1}
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



Фиг. 9.6. Елементарен автомат тип T

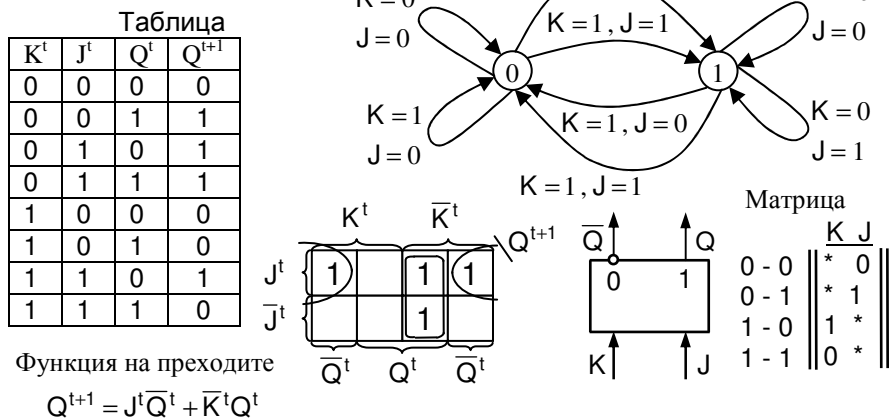
ЕА с два входа

ЕА тип RS (фиг. 9.7). Наименованието на този автомат произлиза от абривиатурата на две английски думи Reset (нулирам, изключвам) и Set (единичен, включвам). Този тип ЕА има два дублирани прехода: 0→0 при S=0 и R=* (0 или 1) и 1→1 при R=0 и S=* (0 или 1). Смята се, че входни сигнали R=S=1 са забранени. Изискването да не се подава забранено входно въздействие се представя логически чрез условието R.S=0 (R&S=0).



Фиг. 9.7. Елементарен автомат тип RS

ЕА тип JK (фиг. 9.8).



Фиг. 9.8. Елементарен автомат тип JK

При този ЕА няма забранени входни въздействия. Характерно за него е, че и четирите му прехода са дублирани. Различава се от ЕА тип RS по това, че при входни сигнали $J=K=1$ той променя състоянието си и функционира като ЕА тип T (тригер с броячен вход).

JK тип ЕА е универсален, тъй като може да работи в режими съответстващи на работата на ЕА типове RS, T и D.

ЕА с повече входове

Таблица

R_t	S^t	T_t	Q_t	Q_{t+1}
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	*
0	1	1	1	*
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	*
1	0	1	1	*
1	1	0	0	*
1	1	0	1	*
1	1	1	0	*
1	1	1	1	*

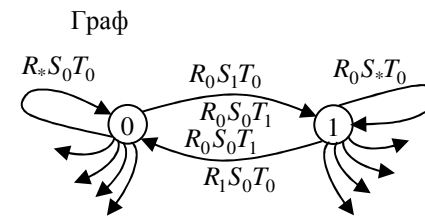
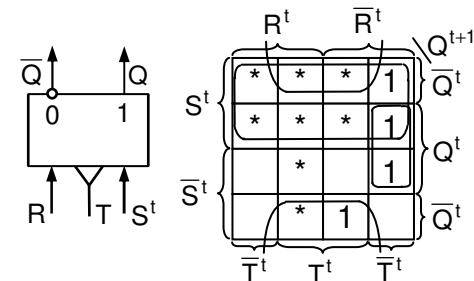
RST тип ЕА (фиг. 9.9). Като пример за ЕА с повече входове може да се посочи ЕА тип RST (с три входа). RST тип ЕА е някаква комбинация от RS и T. При $T=0$ той се обръща в RS тип ЕА, а при $R=S=0$ – в T тип ЕА. Затова и действието на входовете R, S и T, поотделно разгледани, е както при ЕА тип RS и тип T. За нормалната работа на този ЕА е необходимо да не се подава сигнал 1 на повече от един вход. Това изискване се изразява логически чрез условието $RS=RT=ST=0$ или $RS\vee RT\vee ST=0$. Ако на един от трите входа на този ЕА се подаде константа 0, могат да се получат неговите двувходови разновидности: ЕА тип RS, RT и ST.

Логическо условие
 $RS + RT + ST = 0$

Функция на преходите
 $Q^{t+1} = S^t + T^t \bar{Q}^t + \bar{R}^t \bar{T}^t Q^t$

Матрица

	R	S	T
0 - 0	* 0 0	0	0
0 - 1	0 $a_1 \bar{a}_1$	0	0
1 - 0	$a_2 0 \bar{a}_2$	0	0
1 - 1	0 * 0	0	0



Фиг. 9.9. Елементарен автомат тип RST

Известни са и ЕА, които освен тактувани, имат и нетактувани входове. Такъв ЕА е RS-CJK. При него J и K входовете са тактувани, а R и S - не. Последните са с приоритет пред тактувания. Това означава, че ако на R или S е подадена логическа 1, елементът реагира на тези входни сигнали и игнорира сигналите на тактуваните входове.

Освен споменатите входове - D, T, R, S, J, K, ЕА могат да имат и други видове входове.