

# АНАЛИЗ И СИНТЕЗ НА ЛОГИЧЕСКИ СХЕМИ

## Лекция

### 10. СТРУКТУРЕН СИНТЕЗ НА ПОСЛЕДОВАТЕЛНОСТНИ СХЕМИ

#### 10.1. Общи бележки

Задачите за анализ и синтез на автомати са основни задачи в теорията на крайните автомати.

Синтезът на автомат се заключава в построяване на схемата на краен автомат от по-прости автомати по даден закон за функциониране (зададен например с таблиците на преходите и изходите на автомата или с графа на преходите). Решението на тази задача има няколко етапа, най-важните от които са *абстрактният* и *структурният*.

Целта е да се получат функции, описващи връзката между отделните елементарни автомати.

На етапа на абстрактен синтез навсякъде под автомат се разбира автомат зададен или с таблици, или с граф, или по някакъв друг начин. Фактически, абстрактният автомат, който се задава с множество от шест елемента (входно въздействие  $X$ , изходна реакция  $Z$ , вътрешно състояние  $A$ , функцията на преходите  $f$ , функцията на изходите  $\varphi$  и началното вътрешно състояние  $A_0$ ) е математически модел на последователностната схема. Структурният модел на последователностната схема е самата структурна схема на автомата, състояща се от два блока: комбинационна схема и блок памет. В структурния етап автоматът се разбира като структурна схема, състояща се от елементите на определен стандартен набор, в който влизат набор от елементарни автомати и функционално пълна система от логически елементи. С такъв стандартен набор може да се построи всяка логическа схема на компютъра. В такава схема входната и изходната азбука, а също и азбуката на състоянията се задават с крайни множества от букви, представяни с различни електрически сигнали и наричани структурни азбуки. Целта на този синтез е да се построи логическа схема, реализираща функциите на автомата. Ако абстрактният модел беше само математически модел на дискретна система, то в структурния автомат се отчита характера на входните и изходните сигнали на автомата, а също и вътрешното решение на ниво структурна схема.

Със структурен синтез се занимава структурната теория на автоматите, чиято основна задача е намиране на общи принципи за построяване на структурните схеми на автомата на базата на предварително известни елементарни автомати и типове логически елементи. Затова от инженерна гледна точка най-голям интерес представлява задачата за структурния синтез на автомата.

Ако абстрактният автомат се задава с множество от шест елемента, то при прехода към структурен автомат вместо множество от входни въздействия  $X$  има входни сигнали  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , които приемат стойности "0" или "1". Вместо изходна реакция  $Z$  в структурния модел има изходни сигнали  $z_1, z_2, \dots, z_m$ , приемащи също стойност "0" или "1". Входните и изходните сигнали трябва да са определени като брой и логически нива, като се има предвид и обектът, който ще бъде управляван от автомата.

#### 10.2. Каноничен метод за структурен синтез на краен автомат с тактувани елементи памет

Структурният синтез се провежда на базата на предварително зададен автомат чрез обща (комбинирана) таблица на преходите и изходите, т.е. известни са множествата  $X$ ,  $Z$  и  $A$ , както и законите за функциониране на автомата, представени чрез функцията на преходите и функцията на изходите (зададени със съответната таблица). Предварително се задава или избира типа на елементарните автомати (тригерите), с помощта на които трябва да се изгради паметта на автомата.

Синтезът протича в следната последователност:

10.2.1. **Избор на необходимия брой входове, изходи и елементарни автомати** от следните зависимости:

$$r \geq \log_2 n,$$

$$p \geq \log_2 m,$$

$$t \geq \log_2 l,$$

където  $r$  – брой входове;  $p$  – брой изходи;  $t$  – брой на елементарните автомати;  $n$  – брой на входните букви (входна азбука);  $m$  – брой на изходните букви (изходна азбука);  $l$  – брой на състоянията на автомата.

#### 10.2.2. Кодирание:

Кодират се входните въздействия  $X$  чрез набори от двоични входни променливи  $x$ ;

Кодират се изходните реакции  $Z$  чрез двоични изходни функции  $z$ ;

Кодират се вътрешните състояния на автомата  $A$  чрез набори от състояния на елементарните автомати  $Q$ ;

На етапа на кодиране се прави избор на необходимия брой двоични променливи от следната зависимост:

$$\lceil \log_2 n \rceil \leq n \leq N,$$

където  $N$  е броят на подлежащите на кодиране величини;  $n$  – броят на използваните за кодиране двоични величини; скобите  $\lceil \dots \rceil$  означават закръгление до по-голямото цяло (число).

След определяне на  $r$ ,  $p$  и  $t$  се избира взаимно еднозначно съответствие между набори на двоичните величини (входни, изходни, вътрешни променливи) и входните въздействия, изходните реакции и вътрешните състояния.

10.2.3. На базата на изходната таблица на автомата и приетите кодирания се построява и попълва **кодирана таблица на преходите и**

**изходите.**

Тази таблица съдържа четири зони:

а) *Зона на независимите променливи.* Независими са входните променливи  $x$  и вътрешните променливи (вътрешните състояния на елементарните автомати)  $Q$ . За всяка променлива се предвижда отделна колона. Зоната се попълва, като на всеки ред се записва набор, съставен от съчетание на стойностите на входните променливи и вътрешните променливи. Тези набори се подреждат в таблицата по възходящ ред;

б) *Зона на преходите.* Тя съдържа толкова колони, колкото е броят на вътрешните променливи. Попълва се в съответствие с таблицата, чрез която е зададен автоматът и възприетият начин на подлежащите на кодиране величини;

в) *Зона на изходите.* Тя е съставена от толкова колони, колкото е броят на изходните функции. Попълва се, като на всеки ред се нанасят кодовите комбинации за изходните реакции, които съответстват на двойките входно въздействие-вътрешно състояние.

При синтез на автомат на Мур, зона на изходите в кодираната таблица не се предвижда. Причина за това е, че изходната реакция при автомат на Мур зависи единствено от неговото вътрешно състояние. Изходните функции се намират непосредствено от таблицата, в която е извършено кодиране на вътрешните състояния.

г) *Зона на възбудителните функции* на елементарните автомати (логическите функции, които реализират сигналите на входовете на елементарните автомати се наричат *възбудителни*. Те могат да бъдат непълно определени, ако елементарният автомат има дублирани преходи или ако елементарният автомат има забранени входни сигнали). Тази зона съдържа толкова колони, колкото е броят на входовете на елементарните автомати. Колонки за тактовите входове на елементарните автомати не се построяват. Стойностите за всяка функция се получават от матрицата на входа (входовете) на елементарните автомати, избрани (определени) за елементи памет. За всеки ред се записват такива стойности за входни сигнали на съответния ЕА, които да го заставят да извърши съответният преход от старо (зоната на независимите променливи в момент от време  $t$ ) в ново вътрешно състояние (зоната на преходите в момент от време  $t+1$ ).

Възбудителните функции определят стойността на входния сигнал на автомата в  $s$ -тия такт в зависимост от състоянието  $Q_1, Q_2, \dots, Q_m$  на елементарните автомати и стойностите на сигналите  $x_1, x_2, \dots, x_n$  на физическите входове на автомата в същия такт. Тъй като стойностите на аргументите и функцията се определят за един и същи такт, тя е превключвателна функция.

**10.2.4. Намиране на минималните форми на изходните и възбудителните функции**

Минимизират се изходните и възбудителните функции и се представят в

определен за реализирането им при синтеза на схемата базис.

**10.2.5. Съставяне и анализ на схемата на автомата**

**Пример 10-1.** Да се синтезира автомат на Мили, зададен с комбинирана таблица на преходите и изходите (таблица 10-1). Да се реализира с логически елементи И, ИЛИ, НЕ и елементарни автомати тип Т и тип JK.

Таблица 10-1

$X_i \setminus A_i$	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$
$X_1$	$a_1/Z_3$	$a_2/Z_2$	$a_3/Z_3$	$a_3/Z_2$
$X_2$	$a_0/Z_2$	$a_0/Z_1$	$a_1/Z_1$	$a_0/Z_1$

Кодиране:

Входни въздействия

	$x$
$X_1$	0
$X_2$	1

Вътрешни състояния

	$Q_1$	$Q_2$
$a_0$	0	0
$a_1$	0	1
$a_2$	1	1
$a_3$	1	0

Изходни реакции

	$z_1^*$	$z_2^*$
$Z_1$	0	0
$Z_2$	1	1
$Z_3$	1	0

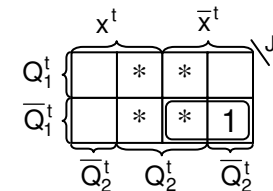
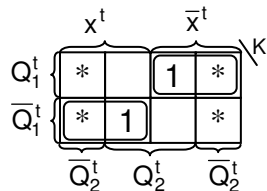
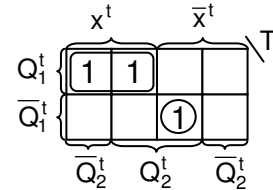
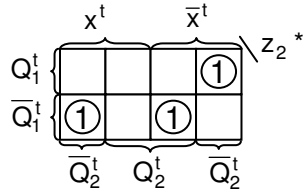
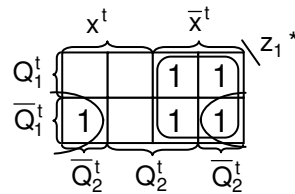
Със символ звезда (\*) са отбелязани физическите изходи на схемата ( $z_1^*$  и  $z_2^*$ ).

Кодирана таблица

	$x^t$	$Q_1^t$	$Q_2^t$	$Q_1^{t+1}$	$Q_2^{t+1}$	$z_1^*$	$z_2^*$	T	K	J
$X_1$	0	0	0	0	1	1	0	0	*	1
	0	0	1	1	1	1	1	1	0	*
	0	1	0	1	0	1	1	0	*	0
	0	1	1	1	0	1	0	0	1	*
$X_2$	1	0	0	0	0	1	1	0	*	0
	1	0	1	0	0	0	0	0	1	*
	1	1	0	0	0	0	0	1	*	0
	1	1	1	0	1	0	0	1	0	*
	Зона I		Зона II		Зона III		Зона IV			

Следва намирането на изходните и възбудителните функции:

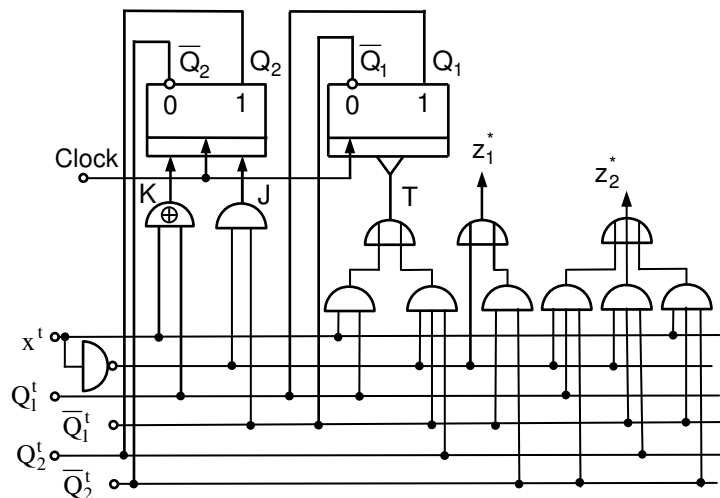
		$T$			$K$	$J$
0 - 0	0	0	0 - 0	*	0	
0 - 1	1		0 - 1	*	1	
1 - 0	1		1 - 0	1	*	
1 - 1	0		1 - 1	0	*	



$$z_1^* = \bar{x}^t + \bar{Q}_1^t \bar{Q}_2^t; \quad z_2^* = \bar{x}^t Q_1^t \bar{Q}_2^t + \bar{x}^t \bar{Q}_1^t Q_2^t + x^t \bar{Q}_1^t \bar{Q}_2^t;$$

$$T = x^t Q_1^t + \bar{x}^t \bar{Q}_1^t Q_2^t; \quad K = \bar{x}^t Q_1^t + x^t \bar{Q}_1^t = x^t \oplus Q_1^t; \quad J = \bar{x}^t \bar{Q}_1^t.$$

От намерените минимални форми на изходните и възбудителни функции се построява схемата на автомата (фиг. 10.1).



Фиг.10.1. Структурна схема на автомата от пример 10-1

След съставянето на структурната схема на автомата на Мили, следва анализ на схемата. Прави се с цел проверка за правилното функциониране на автомата в съответствие с таблицата на преходите и изходите, чрез които е зададен.

В разгледания пример не се влага никакво конкретно съдържание в означаваните в него вътрешни състояния. Степента на сложност на последователностната схема до голяма степен е функция на броя и типа на използваните запомнящи елементи.

Изборът на един или друг вариант на кодиране на вътрешните състояния не влияе на закона на функциониране на схемата. Немаловажен обаче е фактът, че в зависимост от възприетия вариант за кодиране на вътрешните състояния при еднакъв брой и тип на запомнящите елементи (ЗЕ) се получават различни комбинационни части на схемите. Неоптималният вариант на кодиране води до увеличаване в голяма степен на броя на елементите, реализиращи цифровия автомат.

Броят на различните варианти за кодиране е огромен. При наличието на такъв огромен брой варианти за кодиране би трябвало да се очаква, че получаваните схеми съществено ще се различават.

След като сложността на схемата може така съществено да зависи от избрания начин на кодиране, естествено е да се *потърсят начини за намиране на най-подходящо кодиране*. За съжаление решаването на тази задача е свързано с редица трудности: огромен брой варианти, зависимост от избрания тип елементарни автомати и др. Не съществува проста процедура за нейното решаване. Независимо от всичко това биха могли да се препоръчат следните правила:

\* Състоянията, от които има преходи при едно и също входно въздействие в едно и също ново състояние, трябва да се кодират с набори, които могат да се слепят (в най-простия случай със съседни набори);

\* Състоянията, в които има преходи от едно и също старо състояние за слепващи се набори на входните сигнали (в най-простия случай съседни набори) трябва да се кодират с близки набори (в най-добрият случай със съседни набори).

Броят на различните варианти за кодиране на състоянията  $M$ , ще се определи от броя на пермутациите от  $2^k$  елемента, т.е. (10.1).

$$M = P_2^k = (2^k)!, \quad (10.1)$$

където  $k$  е броят на ЗЕ. Например за схема с три ЗЕ е необходимо да бъдат проверени  $(2^3)! = 40320$  варианта; при  $k = 2 \rightarrow (2^2)! = 24$  (5.3.1). Или броят на пермутациите от 4 елемента  $(a_0, a_1, a_2, a_3)$  е 24.

### 10.3. Синтез на частични (непълно определени) крайни автомати с тактувани елементи памет

Това са такива ПС, при които има непълноти в системата преходи или изходи. *Непълнота (неопределеност) в преходите* се получава, когато преходът от състояние  $A_i$  при входно въздействие  $X_p$  не е определен (зададен). В таблицата на преходите това се отразява с чертичка (таблици 10-2, 10-3, 10-4). В тези случаи съответните набори входни и вътрешни променливи са неопределени и за възбудителните и изходните функции на ПС в кодираната таблица на преходите и изходите за тях се записва \*. *Непълнота (неопределеност) в изходите* означава, че при даден преход изходната реакция на ПС може да бъде произволна. В таблицата на изходите това се означава с чертичка (таблици 10-2, 10-3, 10-4). Аналогично на предния случай в кодираната таблица се записва \*.

Таблица 10-2  
Автомат на Мили

$X_i \setminus A_j$	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$
$X_1$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	-
$X_2$	$a_2$	-	$a_1$	$a_1$

Таблица 10-3  
Автомат на Мили

$X_i \setminus A_j$	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$
$X_1$	$Z_1$	$Z_3$	$Z_3$	-
$X_2$	$Z_2$	-	-	$a_0/Z_1$

Таблица 10-4  
Автомат на Мур

	$Z_1$	$Z_2$	-	$Z_3$
$X_i \setminus A_j$	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$
$X_1$	$a_2$	$a_2$	$a_3$	$a_0$
$X_2$	$a_1$	-	-	$a_2$

Изходните и възбудителните функции могат да се получат неопределени и вследствие кодирането на входните въздействия и вътрешните състояния. Примерно, ако входните въздействия (вътрешните състояния) се кодират чрез  $n$  двоични променливи, а броят им е  $N < 2^n$ , ще останат неизползвани набори входни въздействия (вътрешни състояния). Тогава се казва, че ПС е частична по входни въздействия или вътрешни състояния. Използваните набори се определят като *работни*, а неизползваните-като *неработни*.

При синтеза на частични ПС трябва да се отчитат следните особености:

- в кодираната таблица на преходите и изходите се отчитат само наборите, съответстващи на работни входни въздействия и вътрешни

състояния. Забранените (неработни) набори са общи за всички възбудителни и изходни функции;

- възбудителни функции могат да имат и други неопределени набори, вследствие дублиране на преходи в ЕА, а изходните функции могат да имат неопределени набори вследствие неопределени изходни реакции;

- неопределеността се отчита при минимизацията на изходните и възбудителните функции;

- получената след синтеза схема не съдържа неопределеност, поради което за нормалната ѝ работа е необходимо да се подават само работни входни набори;

- необходимо е да се провери дали няма опасност синтезираната схема да *зацikli* сред неработните си състояния. За целта се проверява дали за всяко неработно състояние на структурната схема съществува поне едно работно входно въздействие, привечащо схемата в някое от работните ѝ състояния. Ако това не е така е необходимо да се вземат специални мерки за осигуряване на такава възможност. Тези мерки се изразяват в избор на друг (други) тип (типове) ЕА, възприемане на друг начин за кодиране на вътрешните състояния.